JAVIER FERNÁNDEZ PANADERO

Aproxímate

LA CIENCIA PARA TODOS

PÁGINAS DE ESPUMA

Javier Fernández Panadero

Aproxímate

Mide, calcula, estima

La ciencia para todos

PÁGINAS DE ESPUMA

Javier Fernández Panadero, *Aproxímate*
Primera edición digital: septiembre de 2016

ISBN epub: 978-84-8393-559-0

© Del texto: Javier Fernández Panadero, 2016
© Del diseño de cubierta: www.koonkoko.com, 2016
© De esta portada, maqueta y edición: Editorial Páginas de Espuma, S. L., 2016

Voces / Ensayo 227

Nuestro fondo editorial en www.paginasdeespuma.com

No se permite la reproducción total o parcial de este libro, ni su incorporación a un sistema informático, ni su transmisión en cualquier forma o cualquier medio, sea este electrónico, mecánico, por fotocopia, por grabación u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del *copyright*.

Editorial Páginas de Espuma
Madera 3, 1.º izquierda
28004 Madrid

Teléfono: 91 522 72 51
Correo electrónico: info@paginasdeespuma.com

A Gaby por aproximarse y estimarme
A Rubén por su valentía
A Ángela y Luz por venir al mundo tan cerca de mí
Al Bien tras el velo

Introducción

Si me preguntas cualquier cosa sobre el mundo, mi respuesta será una de estas dos:

1. No lo sé.
2. Depende.

Fenomenal, cerramos el kiosko y todos para casa, ¿no?

No. Tiene arreglo. Al menos en parte. Verás, aunque hayamos ido buscando los «ladrillos» básicos de la realidad (los ciento y poco elementos, las cuatro fuerzas fundamentales y más abajo aún), estos generan una complejidad imposible de controlar o cuantificar de manera exacta. Exacta, esa es la palabra clave. Somos incapaces de dar una respuesta exacta pero, ¿somos incapaces de dar una buena aproximación?

Si me preguntas cuánto arroz es necesario para que coman ocho personas, mi respuesta es: «No lo sé». Pero si me pides una aproximación, te diría que unos 100 gramos por persona, digamos 800 gramos. ¿Es esto válido? ¿Es esto suficiente? ¿Para qué me lo preguntabas? ¿Cuál era tu necesidad? ¿Puedes tomar una decisión basándote en esa información? ¿Te sirve?

En nuestra vida cotidiana tratamos con muchas preguntas de este estilo:

–¿Cuánta pintura hace falta para pintar la habitación?

–¿Cuánto voy a gastar en electricidad en un mes?

–¿Cuánto dinero me llevo para el viaje del fin de semana?

Ninguna de estas preguntas tiene una respuesta exacta, pero una buena aproximación es información suficiente para tomar una decisión y resolver nuestro problema. En ciencia andamos igual.

No somos capaces de dar resultados exactos, pero sí podemos usar modelos (imperfectos) de la realidad que nos permiten estimar, dar valores aproximados y predecir o controlar acontecimientos. Con frecuencia también podemos controlar el margen de error y saber si nuestro modelo es aplicable a una situación concreta.

La verdad… científica

Los científicos nos hemos rendido, os lo confieso. Papá dice que blanco, mamá dice que negro, en el cole dicen que gris marengo, en la iglesia que color crudo… ¿Quién dice la verdad y quién miente? ¿Cómo saberlo? ¿Me baso en la historia pasada, «Papá nunca me ha engañado»? ¿Y si me engañan porque ellos mismos están engañados? ¿Qué hago?

Yo me rindo. Me da igual lo que opinen unos y otros, quiénes sean o

cuántos títulos cuelgan de sus paredes. Más valiente aún, me da igual lo que opine yo mismo. Tomaré como cierto lo que me digan los experimentos, y al que no le guste, que arree.

Si lo queréis dicho en bonito: empirismo. Se trata de una de las posturas filosóficas que se puede tomar ante el mundo y es la que toma la ciencia. Independientemente de opiniones, preciosas teorías, tradiciones, argumento de autoridad de grandes pensadores o profetas: si funciona, funciona; y si no, pues no.

Aún hay que precisar un poco más. No vale que me digas que has hecho un experimento en tu casa, que solo tú puedes ver y que sale veinticuatro coma cinco. El experimento debe ser:

–Independiente del observador.

–Reproducible.

Así que, si tengo la misma «receta» que tú y sigo los mismos pasos, me tiene que salir el cocido igual de rico. Y si no ocurre así, no asumiré tu experimento como un «hecho científico».

La medida

Si la confrontación con la realidad es nuestra clave, entenderéis que medir es una parte primordial de nuestros esfuerzos. Medimos para tomar datos y preparar nuestras estimaciones y volvemos a medir para ver si los resultados se asemejan a nuestras predicciones. ¿Cuánto se parecen o diferencian? ¿Cuál era nuestro margen de error? ¿Podemos entender que nuestra estimación y los resultados son «iguales» (dentro del margen de error) y que teníamos razón, que nuestro modelo era válido en estas condiciones? Muy bien, midamos.

Midamos nosotros, tú y yo. No confiemos ciegamente en los datos que nos dan unos y otros, tomemos nuestras propias medidas.

En mi anterior libro *Experimentos para entender el mundo. La ciencia para todos*, hicimos un montón de experimentos, pero eran más bien de «sí o no», de «sale o no sale», aquí vamos un paso más allá, aquí estimaremos, nos *aproximaremos*.

Usaremos sistemas de medida sencillos como reglas, metros o básculas. Los cálculos serán también muy fáciles, podremos hacerlos con cualquier calculadora: sumas, restas, multiplicaciones, alguna raíz… incluso muchos podrás hacerlos de cabeza, si quieres.

Este es el desafío que te proponemos en nuestros libro: llega a un resultado científico por ti mismo. Mide, calcula, estima, decide, comprueba… Toma posesión del mundo, conquístalo.

Nota previa a los experimentos

Querido lector, te necesito. Este libro es para que lo hagamos juntos, tú y yo. Yo te propondré los experimentos, pero lo divertido es que los hagas tú. Así que habrá espacios para que midas y apuntes tus propios resultados. Vaya morro tengo, ¿verdad?

No te preocupes, no te voy a abandonar. Hemos dicho «tú y yo». Yo también escribiré algunos cálculos y así podemos compararlos o, si en ese momento no puedes hacer el experimento, que sepas *aproximadamente* por dónde anda el resultado. ¿Empezamos?

Agradecimientos

A todos aquellos que comparten la ciencia y la acercan a otros, maestros, libros, webs, blogs, conferencias, documentales. De todas esas fuentes bebo y aquí vaya nuestro reconocimiento y agradecimiento.

En este libro se han incluido algunas referencias a sitios donde he encontrado variantes particulares o desarrollos con un enfoque original de lo que discutimos, valga también para ellos este reconocimiento explícito.

Finalmente, y sobre todo, mi agradecimiento a aquellos que me dan soporte con su cariño y su luz, haciendo de este mundo un lugar mejor.

1
¿Cuánto mides?

Vamos a medir muchas cosas, empecemos con algo sencillo. Necesitarás un metro, puede ser uno de esos de «costura» o un flexómetro de los que se usan en labores de bricolaje.

Pues nada, mídete. Espera, espera…

¿Cómo te mides? Quiero decir, ¿cómo lo haces? ¿Cuál es tu procedimiento? Supongo que te sitúas contra la pared, con los pies juntos, el cuerpo estirado y pones tu mano sobre la cabeza, moviéndola hacia la pared, donde haces la marca a partir de la que luego mides. Suena bien. Pero cuidado, podrías incurrir en lo que se llama error sistemático, un fallo en tu procedimiento que hace que la medida sea incorrecta. Por ejemplo, esa gente que…

–No se aplasta el pelo con la mano.

–Al mover la mano a la pared, no lo hace horizontalmente, sino que tira hacia arriba o hacia abajo.

–Y un largo etcétera.

También puede que cometas algún error sistemático al colocar el metro: que no lo pongas en vertical o que no lo leas correctamente.

Dos ejemplos de lectura incorrecta de la medida con una regla: si empiezas en el borde, estás añadiendo el trozo entre el cero y el borde, y si empiezas en el uno, contarás un centímetro de menos.

Bueno, ya hemos tomado la medida. Apúntala aquí:

Mi altura es: _____

Yo me he medido con un metro de esos de costura.

Observa que va de centímetro en centímetro, así que podemos asumir que el error asociado a mi medida es, al menos, de un centímetro para arriba o uno para abajo, dada la precisión de mi instrumento (±1 cm escribimos).

Si tú has usado un flexómetro, que sí que tiene divisiones de milímetros, podrías pensar que estaría bien dar tu altura como 175 centímetros y 3 milímetros. No obstante, ¿de veras crees que este procedimiento nuestro de aplastar el poco pelo que nos queda y mover la mano, tiene esa precisión? Dados nuestros instrumentos de medida y nuestro procedimiento, podemos estimar el error asociado a nuestra medida y no pasarnos de listos al dar nuestro resultado.

Así que volvemos a escribir:

Mi altura es: 1,75 ± 1 cm Hora del día: _____

¿Hasta aquí todo bien? ¿Te parece sensato? ¿Sencillo? Ah, vale. Claro. Te extraña eso de la hora. No te preocupes, que eso también es facilito.

¿Crees que tu altura permanece constante durante el día? Huy, perdona. Ya hemos dicho que las opiniones no nos importan. Bueno, espera. Sí nos importan. Sin embargo, para que quede más «científico» las llamamos... (redoble de tambor) ¡hipótesis!

Sigamos.

¿Nadie te lo ha dicho? Tu altura no es constante durante el día. ¿Cuánto varía? Pues no lo sé, depende. Ya te dije que esas eran siempre las respuestas. Por supuesto que depende, pero no es imposible de medir, no es medio metro para arriba o para abajo. Pero ¿qué haces escuchándome? Mídelo tú. Es tu cuerpo, a mí qué me cuentas.

Volvamos a nuestras medidas:

Mi altura es: _____ ± 1 cm Hora del día: _____(Mañana)
Mi altura es: _____ ± 1 cm Hora del día: _____(Noche)

Toma tus medidas y verás. Primero los datos, luego las explicaciones. ¡Las dos alturas son diferentes! Depende de las personas, su altura, su actividad, su edad. *Depende* pero, *aproximadamente,* anda por el centímetro o el par de centímetros. Está en el límite de nuestra capacidad de medida, piensa que nuestro error es de un centímetro, pero aun así, si eres cuidadoso podrás apreciarlo.

Ahora las explicaciones.

Tu columna vertebral está formada por vértebras, y entre hueso y hueso hay un «disco», una «almohadilla». Eso mismo que da problemas cuando tienes una hernia de disco. Al parecer, con la actividad diaria, con el simple peso de tu cuerpo, esos discos se comprimen de manera que al final del día eres un poquito más bajo que cuando te levantas por la mañana, después de haber pasado ocho horas en horizontal, dándoles descanso.

Aprovecho para decirte que tenemos que separar las medidas de las explicaciones. Los experimentos arrojan un resultado, son «verdad», las explicaciones, los modelos puede que no. Así que cuidado, hacemos ciencia.

En una clase hice este experimento con mis estudiantes y una chica me preguntó: «Entonces, ¿cuál es mi altura?». ¡Excelente pregunta! ¿La mayor? ¿La menor? ¿La media? Y, ¿con qué error podemos expresarla? ¿Más/menos cuánto?

Varía como dos centímetros al día. Imagina ahora esa pretensión que teníamos antes de dar el resultado con milímetros al usar un flexómetro. Recuerda que decíamos antes que el error de nuestra estimación tenía que ver con el instrumento de medida y con el procedimiento de medida, sin embargo considera lo que pasa ahora. Eso que pretendemos medir no tiene un «valor exacto», fluctúa. Por ello no tiene sentido dar su estimación más allá de su propia fluctuación. «Tu altura», es algo que, por su propia naturaleza, puede variar en un par de centímetros, por lo tanto, no tiene sentido preguntar por mayor precisión que centímetros.

Otra cosa es que quisieses saber qué altura tienes en este momento, en este segundo. Ahí, sí. Ponemos un dispositivo láser y lo medimos hasta las micras si quieres (milésimas de milímetro). Pero, ay, ¿y si te da por respirar y resulta que te «estiras» un poco? Pues eso, otra vez fastidiados.

Recuerda: no todo lo que queremos medir tiene un valor «exacto» al que podemos aproximarnos más y más si afinamos nuestros procedimientos y nuestros instrumentos.

Vaya, la que hemos liado para medir nuestra altura. Date cuenta de todas las cosas que hemos visto y que, créeme, son fundamentales a la hora de hacer ciencia. Por cierto, para esos trabajos que piden una altura mínima, ya sabes lo que puedes hacer si estás un poco justo, ¿verdad? Unas cuantas horas de reposo horizontal previas… Yo no te lo he dicho, ¿eh?

2
¿Cuánto pesas?

Sigamos midiéndonos. Supongo que imaginas que a tu peso le pasa algo parecido a lo que le pasa a tu altura. Tú eres, lo que llamamos en termodinámica, un sistema abierto. Intercambias materia y energía con tu entorno: Comes, cagas, sudas, bebes… (materia). Cedes y absorbes calor, y también, ejerces fuerzas y mueves cosas, lo que llamamos trabajo mecánico, que «pagas» gastando energía de lo que comes. Así que tu peso varía durante el día. «¿Cuánto?», me preguntas. ¡Depende! Perdona, pero si aún me lo preguntas… tengo que decírtelo: ¡mídelo!

Para medirlo necesitarás una báscula y, dependiendo de cómo sea la báscula, así será tu margen de error.

Por ejemplo, las de «aguja» de toda la vida suelen ir de kilo en kilo, en cambio las digitales van de décima de kilo en décima de kilo, vamos, de 100 gramos en 100 gramos (recuerda que cada kilogramo son 1000 gramos).

Según sea tu caso, escribe tu peso correctamente. Por ejemplo 75 kg ± 1 kg en el primer caso y 75,3 kg ± 0,1 kg en el segundo caso.

Mi peso antes de comer: _____
Mi peso después de comer: _____
Mi peso antes de defecar, deponer,
hacer de vientre, vaya, cagar: _____
Mi peso después de todo eso de antes: _____

¿Ya? Sorprendente, ¿no? ¿Pensabas que era tanto? Bueno, no te preocupes, como no me importan tus opiniones…

Eso es lo que nos encanta de la ciencia, podemos construir nuestro conocimiento sin atarnos a opiniones, prejuicios, etcétera. Y, de paso, podemos saber lo que pesa eso que has dejado en el váter. No me digas que no mola.

Pero quiero que te peses dos veces más.

Mi peso por la mañana: _____
Mi peso por la noche: _____

¿Ya? ¿Qué, sorprendente?

Las variaciones comiendo y «descomiendo» te las esperabas, aunque quizá no tan acusadas, pero, ¿y estas de por la mañana y por la noche?

Hasta aquí los datos. Ahora, la explicación.

Tócate el brazo, la barriguita, ¿están calentitos? ¿37,5 ^{0}C? ¿Quién «paga» eso? ¿De dónde sale el «combustible»? Somos animales de sangre caliente, eso significa que tienes siempre el «horno encendido», que estás como los coches «al ralentí», que estás perdiendo energía que pasa al entorno, y esa energía tiene que salir de alguna parte. Estar durmiendo no significa no consumir energía. También hay que tener en cuenta cómo refrigeramos el cuerpo con la transpiración y el sudor, producimos líquido que sale a la piel y se evapora enfriándonos. Pero claro, si se evapora, se va, se pierde. Adiós a esos gramos. Pues ya ves, entre unas cosas y otras, perdemos por la noche varios cientos de gramos, medio kilo aproximadamente.

Como intuíamos, nuestro peso tampoco tiene un «valor fijo» al que poder acercarnos si usamos instrumentos cada vez más precisos. Es un valor fluctuante. Podemos medirlo con mucha exactitud en un momento concreto, pero el concepto «mi peso» no tiene sentido darlo con más precisión que unos cientos de gramos.

Y, como ya te imaginarás, tampoco tiene ningún sentido comparar medidas de tu peso hechas en momentos distintos. Quiero decir, si comparas tu peso justo al terminar de comer, tras una semana de estreñimiento; con tu peso por la mañana temprano, habiendo cenado pronto el día anterior y después de descargar tus intestinos, habrá una diferencia notable de peso, que no será achacable a haber «engordado» o «adelgazado».

Por cierto, aquí también habéis medido una cantidad que yo no os pedía en principio: el peso de tus cacotas. Y habéis usado una técnica que se llama tarar. Hay sustancias que no es fácil o deseable medir sin un recipiente que las contenga, como líquidos, polvos… o tus cositas. La manera de medirlas consiste en pesar primero el recipiente vacío y luego lleno, restamos, y la diferencia será el peso del contenido. Aquí el recipiente, sois vosotros.

En los robots de cocina, básculas caseras o de laboratorio, suele haber un botoncito que pone «Tara», «T», o algo similar, y que te facilita el proceso. Pones el recipiente vacío, la báscula marca el peso del recipiente, pulsas ese botón y vuelve a marcar cero, así que lo que leas a partir de ahora será el peso de lo que pongas en el recipiente. El mismo procedimiento se puede hacer a lo grande.

Hace tiempo me llamaba la atención ir por la carretera y ver sitios donde ponía «Báscula de camiones». Me parecía estúpido que la gente quisiera saber una y otra vez si su camión había engordado o adelgazado. Pero ocurrió como tantas veces: si piensas que eres demasiado listo es fácil que estés siendo un poco tonto. Lo que hace el camionero es pesar el camión antes y después de vaciar la carga que lleve, y medir así el peso de lo que transportaba.

Se me ocurre otra tontería divertida para hacer, con esto del tarado. A ver qué te parece. Saldrá mejor si tu báscula es de las digitales, así tendremos más precisión. Vamos a pesar esos kilos de tomates que te acabas de comprar, o a ese bebito que tienes en casa. Abrázalos con fuerza y súbete a la báscula; luego te subes tú solo, y resta.

Mi peso con los tomates: _____
Mi peso sin los tomates: _____
Por lo tanto el peso de los tomates será: _____

Ahí tienes: ¿te han timado? Pues a protestar.

Quizá te parezca una tontería pesar los tomates así, podríamos haberlos pesado solos, poniéndolos en la báscula, pero no es lo mismo. Te cuento.

Los instrumentos de medida no funcionan igual de bien en todo su rango de medida, suelen medir peor al principio y al final de su alcance. Así que es interesante añadir tus turgentes carnes para que nos encontremos a mitad de escala. Digamos que si quiero medir 200 g es mejor que sea restando 75,2 kg de 75,0 kg, que intentando medir 0,2 kg. Pero, no me creas. ¡Mide!

Peso de los tomates solos y tristes sobre la báscula: _____

¿Coincide? Si es así, estupendo, y si no, es muy posible que la medida correcta sea la que se hizo usándote a ti de tara.

Pero no me creas esto tampoco. ¡Vuelve a medir!

Usa otro peso para tarar, atrévete a pedirle a gente que vive contigo que abracen unos tomates y se suban a una báscula, observa sus caras y… ¡bienvenido a mi mundo! Así me miran a mí.

Puedes usar el «cuñao» que es una unidad del Sistema Internacional de Medidas:

Peso de mi cuñao con los tomates: _____
Peso de mi cuñao: _____
Ahora el peso de los tomates será: _____

¿Y bien? ¿Qué medidas son las que coinciden? De esta forma, sobre todo en básculas de «aguja» también puedes evitar lo que se llama el error de cero. Si miras dónde está la aguja cuando la báscula no tiene nada encima puede ser que esté midiendo ya algún kilo por encima o por debajo de cero. Si lees el peso de los tomates directamente estará mal, pero si lo calculas restando, el error de cero se compensa.

Para arreglar esto, detrás de la ventana por la que se ven los números suele haber una rueda para ajustar la posición de la escala y que la aguja marque cero cuando no hay peso sobre ella. Pero búscala, no me creas, no soy de fiar.

3
¿Qué prefieres, una buena báscula o buenas pesas?

De una forma similar, si pensamos en esas básculas de dos platillos, donde ponemos en uno el peso a medir y en el otro, algunas pesas, podríamos usar una báscula «estropeada» a condición de que nuestras pesas sean buenas. Por estropeada, quiero decir que cuando la báscula se equilibra (los platillos están a la misma altura) que no sea cierto que los pesos de ambos platillos sean iguales y, por lo tanto, la suma de las pesas no es igual al peso que queremos medir.

La técnica para poder usarla es la siguiente. Empezamos con nuestra báscula desequilibrada, nuestro objeto a pesar y otro objeto que veamos que pesa más que el que queremos medir:

–Ponemos el objeto más pesado en un platillo.

–Ponemos pesas en el otro hasta que esté equilibrada la báscula.

–Ponemos el objeto a pesar en el mismo platillo de las pesas, la balanza se desequilibrará.

Retiramos pesas hasta que la balanza se equilibre de nuevo. En este momento podemos decir que el efecto del objeto a pesar es el mismo que el que hacían las pesas que has retirado, por lo tanto, su peso será igual a las pesas retiradas. El conocido divulgador Grigori Perelman atribuye esta argucia al famoso químico Dmitri Mendeléiev. Ingenioso, ¿verdad?

Esta forma de pensar me recuerda un acertijo popular. ¿Qué te llevarías a una isla desierta, un martillo o clavos? La respuesta es: clavos. Un martillo puede sustituirse fácilmente por una piedra, pero la tecnología involucrada en la fabricación de los clavos no se reproduce tan sencillamente.

En nuestro truco para pesar, como báscula puedo usar un palo y unas cuerdas, pero es crucial que las pesas estén calibradas para poder estimar el peso correctamente.

4
Midiendo lo que (casi) no puedo ver. Grosor de un folio

Medir es, básicamente, comparar una magnitud con un patrón. Algo así como, «yo tengo una vara de un metro de largo (un patrón), y si esa cuerda mide tres veces más que esa vara, concluyo que la cuerda mide 3 m». Esto está muy bien, pero resulta que a veces las magnitudes a medir no nos resultan accesibles. Déjame que te cuente.

Nosotros estamos metidos en unas circunstancias concretas, nuestro tamaño, nuestra velocidad de reacción, nuestra esperanza de vida. Imagina: para pensar en la vida de un mosquito somos muy lentos; para la erosión de una montaña, demasiado rápidos; para el tamaño de una galaxia, diminutos, y para el de una bacteria, inconmensurables. Aun así, seguimos interesados en medir esas cosas. Para ello, además de un patrón de medida (a nuestra escala) necesitamos estrujarnos el coco.

Nuestro truco consistirá en medir algo accesible y calcular algo inaccesible. Para ilustrarlo, en este experimento nos preguntaremos por el grosor de un folio. Quizá alguien podría pensar que un folio es un objeto «plano», que solo tiene largo y ancho y que no tiene grosor, pero en realidad los objetos planos no existen. Sí, sí, lo habéis leído bien: no existen.

–¿Entonces un cuadrado no existe?

–Pues no.

–¿Triángulos, pentágonos?

–No y no.

–Pues, jo.

Cuidado, sí existe el concepto de cuadrado, la abstracción dentro de tu mente. Pero fuera, en el mundo físico, no. En el mundo físico las cosas tienen tres dimensiones espaciales (que sepamos): largo, ancho y alto.

Otra cosa es que, en una situación concreta, no te interese (para lo que tú necesites) el grosor de un objeto, pero lo sigue teniendo. Si crees que un folio o cualquier otra cosa no tiene grosor, no hay problema. Aquí no hace falta que te creas las cosas, puedes comprobarlas. Empieza a poner hojas unas encima de las otras y a ver si se forma una torrecilla de una altura apreciable a simple vista. Si es así, tendrás que convenir conmigo en que el grosor de la torre tendrá que venir de la acumulación de los grosores de los elementos que la forman. Así que, queda probado: tiene grosor.

¿Y esto significa que tengo que tener en cuenta constan-temente el grosor de un folio en cualquier cosa que haga? No, el modelo de «objeto plano» es útil en muchas situaciones. Si me siento a una mesa a escribir no pienso

regular la altura de mi silla teniendo en cuenta que el folio estará ligeramente por encima de la superficie de la mesa. Aquí, considerar el grosor del folio carece de utilidad.

En cambio, si estoy diseñando una estantería para que quepa una colección de libros, tendré que considerar el grosor de los libros que, a su vez, tendrá que ver con el grosor de cada hoja y el número de hojas. En este caso es una cuestión primordial.

Quizá te parezca todo esto muy obvio, pero es un asunto bien gordo. La manera en la que modelo una realidad puede ser distinta según la situación en la que se está o lo que se quiera considerar.

No se trata de asignar a cada objeto real un «objeto modélico», una abstracción. Por ejemplo, tú mismo puedes ser considerado un punto si sigo tu trayectoria por una carretera desde un satélite; un animal de 80 kg si estoy pensando en darte una dosis de anestesia, o bien, considerar muchos aspectos de tu anatomía si tengo que hacerte una silla. Ni siquiera esto último agota todos los datos que podemos conocer de ti. La cuestión es, ¿cuánto detalle necesito para esta situación? Por ejemplo, el color de tus ojos me es indiferente para trazar tu camino en un mapa.

Pero vayamos con nuestro desafío: medir el grosor de un folio.

Voy a usar papel de 80 g/m2, muy probablemente el que tengas en casa. Si usas un papel más grueso o más fino, tus resultados diferirán de los míos más allá del margen de error, puedes saberlo consultando la etiqueta.

Usemos una regla de plástico, de esas que miden hasta el milímetro.

A simple vista es claro que el grosor es menor que un milímetro, pero, ¿cuánto? ¿0,1 mm o 0,01 mm o 0,001 mm? Como el grosor de un folio no desata tus pasiones, estos números te darán igual, pero imagina ahora que hablamos de dinero. La diferencia entre estos números es de un orden de magnitud (multiplicar por diez). ¿Te parece lo mismo 1 € que 10 € o que 100 €?

Es probable que a estas alturas estés anticipando cuál es el truco que vamos a usar para resolver nuestro problema, en realidad no es demasiado sofisticado: pongamos muchos folios.

Haz una torre de folios, sabiendo cuántos son (por ejemplo 200 o más), mide cuál es la altura del conjunto y después divide por el número de folios.

Número de folios: 300

Medida del conjunto: 3,0 cm ± 0,1 cm

A mí me sale esto si los aprieto. Si los dejo tal cual están en el paquete, me sale 3,1 cm. Este cambio puede tener que ver con que estoy «espachurrando» los folios, o podríamos entender que estoy sacando el aire que hay entre ellos. En todo caso, es una variación pequeña, pero recordémosla para después.

Si divido me sale una décima de milímetro, dicho de otra forma:

$$\frac{3,0}{300}\text{cm} = 0,01\text{ cm}$$

Pero, si nuestra regla tiene una precisión de ± 1 mm, como recordaréis, ¿tiene sentido nuestra medida?

La respuesta es que sí. Cuando multiplicamos o dividimos una medida, el error asociado se multiplica o se divide por el mismo número.

Por ejemplo, imagina que te doy 1 kg de garbanzos con un error de más o menos 100 g. Si repito la entrega cinco veces y todas las veces me quedo corto, te habré dado 500 g menos, si me he pasado en todas las entregas el máximo, te habré dado 500 g más. Así que la cantidad final será: 5 kg con un error de más o menos 500 g.

En nuestro caso dividimos por 300 la medida, y el error también resulta dividido por 300. De esta forma diremos:

Medida del conjunto: 3,0 cm ± 0,1 cm.

Para un folio, dividimos entre el total:

$$\frac{3,0}{300}\text{cm} \pm \frac{0,1}{300}\text{cm}$$

Grosor del folio: 0,01 cm ± 0,0003 cm.

Los errores se suelen poner con una cifra.

¿Estás haciendo las cuentas conmigo? Puedes usar la calculadora del móvil.

Como el error afecta dos decimales después, en realidad podríamos decir:

Grosor del folio = 0,0100 cm ± 0,0003 cm.

Por lo tanto, el grosor de un folio es de una décima de milímetro, con bastante precisión. Pero no me quedo tranquilo. Eso de apretar el folio fue un poco tramposete. Así que repito las cuentas usando la medida que me daba sin apretar. En mi caso: 3,1 cm.

Número de folios: 300

Medida del conjunto: 3,1 cm ± 0,1 cm

Divido por 300

Grosor del folio: 0,010333... cm ± 0,0003 cm

Hum… Tampoco me quedo a gusto.

¿Ves que la medida tiene cifras *por debajo* del error? Eso no puede ser. Sería como decir que me voy a gastar 1301 € ± 200 €. Si puedo gastarme hasta doscientos euros más o menos de la cantidad inicial, ¿mil trescientos uno? Si puedo subir o bajar doscientos, ¿qué significa ese uno? Lo que se hace, en general, es redondear la medida hasta la cifra en la que afecta el error. En este último ejemplo: 1300 € ± 200 €.

Dejadme que os cuente un chiste.

Unos padres y sus hijos entran en un museo.

El guía les enseña un esqueleto y les dice:

–Este dinosaurio es de hace cien millones de años y una semana.

La familia alucina, claro.

–¿Cómo que cien millones de años y una semana?

–Sí, es que cuando empecé a trabajar aquí me dijeron que el dinosaurio tenía cien millones de años de antigüedad… y ya llevo una semana.

Esos cien millones de años tienen poca precisión, puede que se consideren con decenas de millones arriba o abajo. ¿Cómo entonces puedo añadir una semana a eso y obtener un resultado con más precisión que el inicial? ¿De dónde sale esa precisión, esa información nueva? ¿Para qué considerar una semana más o menos sobre algo que puede variar miles de años?

Por ridículo que suene, en la calle vemos carteles con presupuestos para obra pública que van detallados hasta el euro. Ningún sentido. En cualquier presupuesto hay un apartado para «imprevistos» que puede ser de un 10% y si estamos hablando de millones de euros. Ya me contarás.

Volvamos a nuestro folio, habíamos calculado un grosor y nos salían cifras más allá de donde teníamos el error, así que íbamos a redondear. Ya sabéis hacerlo, ¿verdad? Si la cifra siguiente al decimal que me quedo es 0, 1, 2, 3 o 4, la dejo igual, si fuera 5, 6, 7, 8 o 9, le añado una unidad.

En este caso:

Grosor del folio: 0,010333... cm ± 0,0003 cm

Voy a redondear a las diezmilésimas, como la cifra siguiente es 3, lo dejo igual. Me queda:

Grosor del folio: 0,0103 cm ± 0,0003 cm

El error en nuestro métido (espachurrar o no) es ligeramente superior al error asociado a nuestro cálculo. Podríamos tomar todo ese intervalo como error, calcular la media... pero vamos paso a paso. De momento podemos decir, con bastante confianza, que el grosor del folio es 0,010 cm, ¿verdad?

Pues aquí tienes, casi magia, hemos conseguido medir el grosor de un folio, que es de una décima de milímetro, con una regla que no es capaz de medir menos de un milímetro. ¡Muy bien! Nosotros medimos y sabemos, no tenemos que creer. ¿No te sientes poderoso?

5
No es lo mismo 1 que 1,0 que 1,00

Quizá el número que escribimos antes, 0,010 te inquiete. En el cole nos repitieron muchas veces que los siguientes números son iguales:

30 30,0 30,00 30,000

Pero es mentira.

Bueno, mentira no, esos números son iguales… hasta que se refieran a algo real.

Si solo son números, nada que objetar, son el mismo número, treinta. Pero si son 30 segundos, ya no es igual. El primer número son 30 s que he contado de cabeza y llevan un error asociado de ± 1 s… si se me da bien.

Si los mido con un cronómetro y me sale 30,00 s eso quiere decir que sabe que son 30 s ni una centésima más o menos. Antes yo decía 30 s y no sé cuánto era el «pico», por eso no escribo más decimales, porque no los sé. Pero el que escribe 30,00 s es porque los ha medido y sabe que son 0. En realidad es la misma precisión que quien escribe 30, 45 s los ha medido y le ha salido 45.

Por eso cuando mi cálculo daba 0,01 cm y mi error caía en las diezmilésimas (0,0003 cm). Ese primer número tiene en realidad más precisión, es 0,0100 cm más menos el error estimado.

6
Errores absoluto y relativo

Estas cifras que indicamos como error se denominan error absoluto y tienen las mismas unidades que la medida. Sin embargo, no es la única manera de expresar el error; a veces se expresa en tanto por ciento y entonces estaremos hablando del error relativo.

Para calcular el error relativo dividimos el error entre la medida y vemos cómo es de grande respecto a esta. Tiene mucho sentido, no es lo mismo tener un error de un centímetro en tu altura que en la distancia entre dos ciudades.

Por ejemplo, en el cálculo anterior 0,0100 cm ± 0,0003 cm, pasaremos a calcular el error relativo.

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{medida}} \cdot 100\%$$

$$\text{Error relativo} = \frac{0,0003}{0,0100} \cdot 100\%$$

$$\text{Error relativo} = 3\%$$

Un error absoluto de 1 cm será un error relativo de un 1% en un metro, de un 0,1% en 10 m, etcétera.

Análogamente, cuando queramos comparar dos cantidades que nos resulten similares, podríamos restarlas, considerar eso el error, dividir por una de ellas y multiplicar por 100% para ver en qué porcentaje se diferencian.

Por ejemplo: ¿En qué se diferencian 200 y 207?

$$\frac{200-207}{200} \cdot 100\% = 3,5\%$$

Podríamos haberlo leído así, siete partes en doscientas son como tres y media en cien.

A muchos nos gusta más otra manera, dividamos ambas cantidades, si son iguales daría 1, si no son iguales dará uno y pico, y ese pico será la variación.

$$\frac{207}{200} = 1,035$$

0,035 será la variación en tanto por 1.

Para obtener la variación en tanto por ciento, solo hay que multiplicar por 100.

$$1,035 \cdot 100\% = 103,5\%$$

3,5% será la variación expresada en tanto por ciento.

Otro tecnicismo que estamos usando es el de cifras significativas. Llamamos cifras significativas a las que aparecen en el número y no tienen que ver exclusivamente con las unidades en que se ha expresado.

Mejor con un ejemplo.

23 cm tiene dos cifras significativas, aunque lo escribamos como:

0,23 m

0,00023 km

230 mm

230 000 μm (micras)

Todos esos ceros tienen que ver con las unidades, solo el 2 y el 3 permanecen en todas las formas de escribir la medida.

Ojo porque podría ocurrir, como nos sucedió antes, que el resultado de nuestro cálculo fuera 0,0100 cm ± 0,0003 cm. En este caso los 0 que hay después del 1 nos informan de que el valor de esos dígitos se han medido y han dado 0, como podrían haber dado 7 o 4. Así que esos 0 sí son cifras significativas. Ese resultado tiene tres cifras significativas.

Cuando pido una tabla de un metro en una tienda de maderas, espero que me den una tabla de 1,00 m. En la que se hayan asegurado de que ni sobra ni falta un centímetro, aunque tolere variaciones en la siguiente cifra, los milímetros. En este caso es un valor con tres cifras significativas.

En nuestras medidas recortaremos los resultados, como hemos hecho ya, hasta que el número de cifras significativas sea consistente con el error que nos haya aparecido.

7
¿Cómo eres de rápido?
Midiendo el tiempo de reacción

Este es un experimento que hemos hecho muchas veces, pero hoy, además, tomaremos medidas.

Por muy rápido que creas que son tus reflejos, sabes que desde que percibes un estímulo hasta que respondes a él pasa un poco de tiempo. ¿Cuánto? Para hacerlo teatral, yo suelo usar un billete, pero para tomar medidas es mejor un palo de sección circular, un palo de escoba puede valer (o con una regla y mides directamente sobre ella). Haz una marca en la parte baja del palo (pinta o usa cinta aislante). Desde ahí vamos a medir hacia arriba.

Empecemos.

Dos personas. La primera sujeta el palo en posición vertical bastante por encima de la marca. La segunda cierra el puño alrededor del palo, sin agarrarlo, a la altura de la marca, dejándola justo por encima de su mano.

Cuando estén ambos preparados, la primera suelta el palo y la segunda cierra el puño, lo más rápido que pueda, de forma que se quede agarrando el palo. Hacemos una marca justo por encima de donde ha quedado su puño y la distancia entre esa nueva marca y la que hicimos inicialmente nos permitirá estimar su velocidad de reacción.

El experimento es vistoso porque la distancia es mucho mayor que lo que en principio podríamos pensar, de hecho suele ser mayor que la longitud de un billete típico. Por eso este efecto se usa como un desafío, poniendo un billete entre los dedos de un voluntario. Nunca lo cogen, ya que tendrían que cerrar los dedos antes de que pasara la *mitad* del billete. Demasiado rápido. Podéis verlo en el experimento recogido en vídeo que se encuentra en mi libro *Experimentos para entender el mundo*:

https://www.youtube.com/watch?v=Zymm2TIAlQo

Así tendríamos su tiempo de reacción en centímetros, pero nos gustaría medirlo en segundos, claro. Puede estimarse, vamos a ello.

Cuando suelto un objeto, sin darle impulso, comienza a caer debido a la acción de la gravedad que le imprime una aceleración constante. Seguro que os suena g = 9,8 m/s2.

¿Qué significa esto? Estamos más familiarizados con la velocidad (m/s). Entendemos que significa que recorremos un metro cada segundo. La aceleración nos dice cómo aumenta la velocidad. En nuestro caso 9,8 m/s2 significa que la velocidad aumenta en 9,8 m/s cada segundo. Si empezamos parados, al cabo de un segundo iremos a una velocidad de 9,8 m/s, a los dos

segundos iremos a 19,6 m/s, a los tres segundos 28,4 m/s, etcétera.

Representémoslo en una gráfica, vamos a usar intervalos de tiempo más cortos porque no tardamos varios segundos en reaccionar. Tomaremos décimas de segundo, de esa forma, la primera décima de segundo la velocidad aumentará en 0,98 m/s, etcétera.

Estos serían los valores:

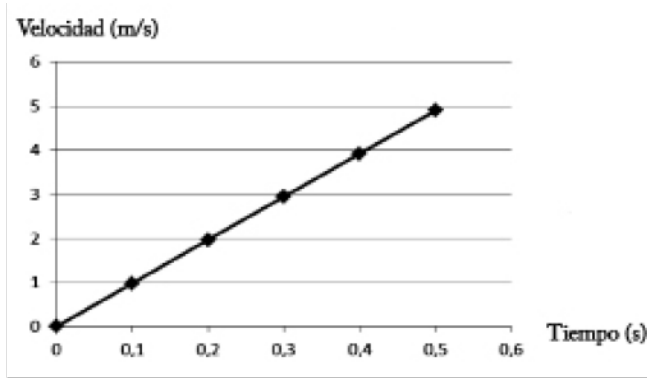
Velocidad (m/s)	Tiempo (s)
	0
0,98	0,1
1,96	0,2
2,94	0,3
3,92	0,4
4,9	0,5

En realidad, la aceleración de la gravedad no es constante en toda la superficie de la Tierra y hay variaciones locales significativas, así que, como aquí nos gusta aproximar, podríamos tomar 10 m/s2 en lugar de 9,8 m/s2 cometiendo un error bastante asumible (2%, ¿verdad? ¿Lo has comprobado?) y simplificar mucho los cálculos.

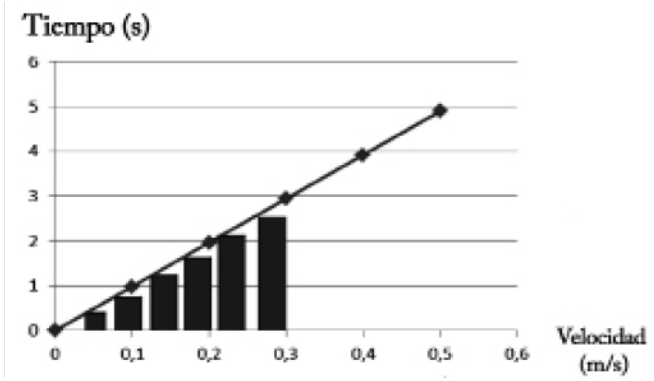
Tendremos entonces:

Velocidad (m/s)	Tiempo (s)
	0
1	0,1
2	0,2
3	0,3
4	0,4
5	0,5

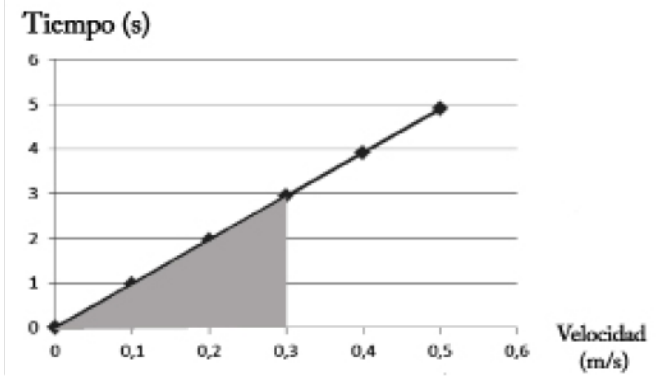
Y así quedaría la gráfica, donde ponemos la velocidad en el eje vertical y el tiempo en el eje horizontal. Podemos ver el aumento de velocidad constante e uniforme.



Seguro que recordáis del cole, o bien lo usáis en vuestros viajes, que multiplicando la velocidad por el tiempo obtenemos el espacio recorrido. Por ejemplo, si voy a 100 km/h durante 3 h, habré recorrido 300 km. Si pensamos eso en la gráfica, multiplicar la velocidad por el tiempo coincide con multiplicar el alto por el ancho, que es cómo calculamos el área de un rectángulo.



En nuestro caso, como la velocidad no es constante, habría que hacerlo cada «momentito», de forma que iríamos sumando pequeños rectángulos equivalentes al espacio recorrido en el primer momento, en el segundo, etcétera. No es difícil ver que todo eso hecho a intervalos de tiempo muy pequeños es equivalente a calcular el área del triángulo.



El área del triángulo es:

$$A = \frac{\text{Base} \cdot \text{Altura}}{2}$$

En nuestro caso la base es el tiempo (0,3 s) y la altura la velocidad (3 m/s).

Así que el espacio que recorre el palo en 0,3 s sería:

1/2 (0,3 · 3) = 0,45 m o lo que es igual 45 cm.

Fíjate también que la velocidad en un instante dado es el producto de la aceleración por el tiempo, en nuestro caso 3 m/s, lo obtuvimos de multiplicar 10 m/s2 por 0,3 s, así que podríamos darle una vuelta a esto para que nos quede relacionado el espacio con el tiempo sin que aparezca la velocidad. A ver qué te parece:

Espacio recorrido = 1/2 (velocidad final · tiempo)

Espacio recorrido = 1/2 (aceleración · tiempo · tiempo)

Espacio recorrido = 1/2 (aceleración · tiempo2)

Esa es la razón por la que escribimos la siguiente fórmula, que quizá te suene también del cole:

Espacio recorrido = 1/2 g · t2

De esta forma, decimos que la relación entre el espacio recorrido y el tiempo es cuadrática y no lineal. Cada instante que pasa se recorre espacio por la velocidad que llevo y por lo que aumenta la velocidad, por eso crece tan rápido.

Si sustituimos nuestro valor de g aproximado (10 m/s2) y damos valores, tendremos:

Espacio = 1/2 10 t2

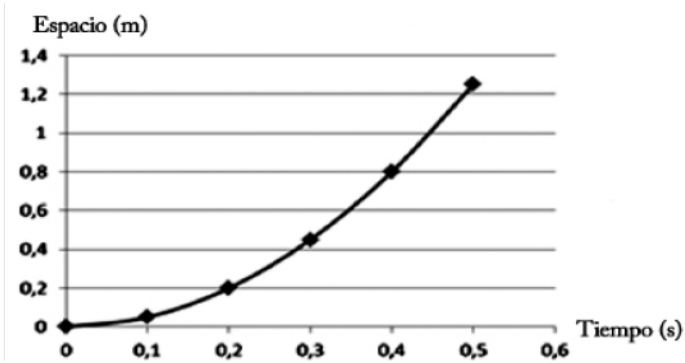
O lo que es igual:

Espacio = 5 t2

Tiempo (s)	Espacio (m)
0	0
0,1	0,05

	0,2
	0,45
	0,8
	0,25

Y en forma gráfica:



Con esa fórmula, ya puedes relacionar el tiempo con el espacio que recorre el palo. Por ejemplo:

1. Pinta líneas en el palo a las distancias que hemos calculado etiquetándolas con el tiempo de reacción correspondientes. A cinco centímetros escribes 0,1 s, a veinte centímetros 0,2 s. O bien haz divisiones más finas a 0,15 s, pero recuerda, no dividas por la mitad, sustituye en la fórmula porque las marcas no son equidistantes.

2. Marca donde queda cada persona y usa la fórmula o la gráfica para calcular su tiempo de reacción. Por ejemplo si alguien agarra el palo a 10 cm de la salida:

Espacio = 10 cm

Sustituyendo en la fórmula (Espacio = 5 t2):

0,1 m = 5 t2

0,02 = t2

$$t = \sqrt{0,02}$$

aproximadamente t = 0,14 s

Ya está. ¿Ya está? ¿Qué error lleva asociada esa medida? ¿Por qué no pongo 0,140 s? ¿O por qué no aproximo a 0,1 s?

En el ejemplo del folio calculamos el error en una magnitud derivada. Vimos que al dividir una magnitud por un número también dividíamos el error absoluto. Dijimos que el grosor del paquete era 3,0 cm ± 0,1 cm.

Y el de un folio salía dividiendo:

$$\frac{3,0}{300}\text{cm} \pm \frac{0,1}{300}$$

Con lo que nos quedaba: 0,0100 cm ± 0,0003 cm

Pero fíjate que pasaba con el error relativo.

Error relativo en la medida del grosor del paquete:

$$\frac{0,1}{3,0}\cdot 100\% = 3\%$$

Error relativo en la medida del grosor del folio:

$$\frac{0,0003}{0,0100}\cdot 100\% = 3\%$$

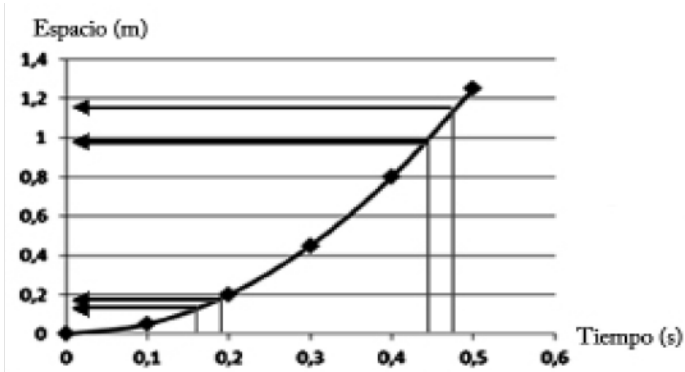
El error relativo, que nos da mejor idea de lo precisa que es una medida, se mantiene.

Cuando multiplicas magnitudes por un número, su error relativo no varía, pero cuando multiplicas entre sí magnitudes sus errores relativos se suman.

El error relativo y el número de cifras significativas tienen una clara relación: si tienes dos cifras el error es de algunas decenas por ciento, si tres cifras algunas unidades por ciento y así sucesivamente.

Por lo tanto, cuando trabajes con fórmulas que impliquen multiplicaciones de variables, una regla sencilla a seguir es mantener en el resultado, como mucho, tantas cifras significativas como la variable que tenía menos, o incluso, quitar una (para asegurarnos, dado que el error habrá aumentado).

En nuestro caso de la medida del tiempo de reacción, nos quedamos con un par de cifras significativas en el resultado. En realidad esto no es exacto, porque nuestra fórmula involucraba una raíz cuadrada. Para ver cómo influye el error de una magnitud en otra, habría que acudir a una herramienta matemática llamada derivada que escapa del alcance de este libro, pero para que te hagas una idea, podemos echar un ojo a la gráfica.



Queríamos saber cómo afecta una variación de una variable (el error del dato) en la otra (error del resultado). Ves en la gráfica que en general depende de en qué punto de la gráfica esté.

Si hiciésemos el cálculo apropiadamente del error asociado a nuestra medida del tiempo de reacción nos quedaría, si consideramos que la distancia que cae el palo fuera de 10 cm ± 1 cm:

$0{,}141\ \text{s} \pm 0{,}007\ \text{s}$

Pero aquí olvidamos que al aproximar la gravedad ya cometíamos un error del 2%, así que no puede ser cierto que con ese dato «sucio» salga luego todo tan lindo. Por lo tanto nos quedamos de nuevo con 0,14 s como resultado razonable.

8
Medir de «oído»

Para poder medir cosas difíciles de alcanzar ya dijimos que echaríamos mano del ingenio. En este caso nos vamos a aprovechar del sonido para medir distancias.

El sonido no se transmite a velocidad infinita, ni siquiera la luz lo hace. En el caso del sonido es más fácil darse cuenta porque su velocidad no es tan alta y en fenómenos cotidianos ya podemos ver cómo se «retrasa» el sonido respecto a la vista. Comprobémoslo. Ponte delante de un cómplice y da una palmada. Sepárate un poco y repite la palmada. Busca a qué distancia comienzas a notar que el sonido llega después de que veas dar la palmada.

La velocidad del sonido no es una constante universal, depende de si el sonido se transmite por un gas, un líquido o un sólido, y en qué condiciones están, presión, temperatura o densidad. Como valor aproximado para el aire suele tomarse 340 m/s.

La idea es sencilla: medimos el tiempo que tarda el sonido en recorrer una distancia, multiplicamos por su velocidad y el resultado será la distancia recorrida. Quizá muchos de vosotros lo hayáis hecho de niños en las tormentas. Veis un relámpago, contáis segundos hasta oír el trueno, dividís entre tres… y esos son los kilómetros a los que está la tormenta. ¿Es esto correcto? Veamos:

Se produce un relámpago y un trueno, el relámpago viaja a la velocidad de la luz hasta mí (300 000 km/s aproximadamente). Si recorre 300 000 km en cada segundo, en una milésima de segundo habría recorrido 300 km. A nuestra escala podemos considerarlo instantáneo.

El sonido en cambio viaja a 340 m/s, eso quiere decir que cada tres segundos habrá recorrido $340 \cdot 3 = 1020$ m. Efectivamente, cada 3 s recorre 1 km. Ese truquillo tradicional tiene un fundamento científico.

¿Podríamos medir distancias menores usando el eco, por ejemplo?

Emitimos un sonido y encendemos el cronómetro, esperamos a oír el eco y paramos el cronómetro. Si hubiera tardado un segundo, por ejemplo, habría recorrido 340 m, pero como el sonido ha tenido que ir y volver, la distancia a la pared o montaña que nos devuelve el eco sería la mitad, 170 m. Son distancias bastante grandes. Piensa además que para distancias menores, nuestro tiempo de reacción a la hora de apretar el cronómetro podría ser un problema. Ir dando golpes y gritos entre montañas nevadas también tiene problemas, podrías producir avalanchas.

En el libro de Rodney D. Edge *String & Sticky Tape Experiments*, aparece

una solución muy curiosa. Nos proponen lo siguiente: comenzar a dar palmas y ajustar la frecuencia de las palmadas con el eco, intentando dar la siguiente palmada de forma que coincida con el eco de la anterior. Parece un poco raro y no suena fácil de hacer, pero en la práctica es sencillo.

Si no tenéis en vuestra vecindad un lugar con eco, podéis probar con lo siguiente. Quizá hayáis oído hablar de esas aplicaciones que te devuelven tu voz con cierto retraso. Los llaman «idiotizadores» o «balbuceadores», porque si te pones unos auriculares e intentas hablar, comienzas a ralentizarte y a balbucear porque tu cerebro se lía un poco con lo que quiere decir y el retardo con el que lo escucha. Nosotros lo vamos a usar para simular el eco. Lo hacemos directamente online en esta página:

http://www.stutterbox.co.uk

Hay un control para poner mayor o menor retardo, elegid uno y dad una palmada, esperáis el eco y ahí intentáis dar la otra, y de nuevo así. En pocas palmadas ya tienes el ritmo. Cuidado de no dar el doble o la mitad de palmadas que también parecen cuadrar. Os animo a probar con un cuarto de segundo de retardo aproximadamente, de forma que tenéis que dar cuatro palmadas por segundo y podéis seguir un ritmo musical de compás de 4/4 (un, dos, tres, cua…, un, dos, tres, cua…). De esta forma el tiempo entre palmada y palmada es el que tomaría el sonido para ir y volver hasta la pared que me devuelve el eco.

Quizá os siga pareciendo muy difícil medir el tiempo entre dos palmadas. También parecía difícil medir el grosor de un solo folio. ¿Hacemos lo mismo?

Os propongo medir cuarenta, sesenta, múltiplos de cuatro, para poder contar compases (un, dos, tres, cuatro). 10 compases serían 40 palmadas, 15 serían 60 palmadas, etcétera.

Cuidado al contar los tiempos. Por ejemplo, si damos 3 palmadas y le damos al cronómetro cuando digo «uno» y paramos cuando digo «tres», en

realidad hay solo dos periodos de tiempo contados.

1 2 3

Así que si cuentas del 1 al 40, dividiremos luego por 39, o bien deja acabar el último periodo y para el cronómetro cuando digas 41.

Ya estamos preparados. Cuenta el tiempo que tardas en dar 41 palmadas, divide, cuidado, entre 40, y ese es el tiempo de vuelo del sonido. En mi caso:

Palmadas: 41 Tiempo: 13,8 s

Tiempo entre palmadas:

$$\frac{13,8}{40} = 0,345 \text{ s}$$

Usando que:

Espacio = velocidad · tiempo

Espacio = 340 m/s · 0,345 s

Espacio = 117,3 m

Ese es el tiempo de ida y vuelta, así que la distancia al obstáculo donde habría rebotado será:

Distancia al obstáculo = 58,7 m

Aunque los cálculos intermedios los he hecho con más cifras significativas, el resultado final lo expresamos solo con tres, ya que partíamos de un dato con tres, usando la norma aproximada que comentamos atrás.

Si calculamos el error con más exactitud a partir del que tenía el cronómetro (0,1 s), como la medida del tiempo la hemos dividido por 40 y multiplicado por 340, hacemos lo propio y nos sale 0,85. Aproximando a una cifra 0,9 m.

Así que deberíamos escribir:

58,7 ± 0,9 m

Y hasta aquí.

Bueno, esto no nos deja contentos como científicos. ¿Qué pasaría si volviésemos a medir?

Repito el experimento cinco veces y esto es lo que me sale:

Hum… Sí, los resultados son similares, pero no iguales. ¿Cuál escojo? Usemos la estadística.

Lo primero que se nos ocurre es hacer la media de los resultados, y la estadística nos indica que efectivamente ese es el valor más probable. Ya

sabes, la media aritmética, sumamos los cinco valores y dividimos entre 5.

Distancia media = 57,3 m

Para estimar el error tenemos ahora dos fuentes: La primera debida a la precisión de los aparatos y a los cálculos que hacemos. La segunda debida a que cuando medimos no sale lo mismo, a la dispersión de los resultados. Tomaremos como error final el mayor de estos dos.

Si suponemos que la media es el valor verdadero, ¿cuál es el error que presenta cada dato, su distancia a esa media?

Distancia (m)	Distancia media (m)
	58,4
	57,8
	56,5
	57,0
	56,5

Una primera idea podría ser hacer la media de esas distancias (sin tener en cuenta el signo) y tomar ese valor como error. En nuestro caso 0,8 (redondeando a una cifra, como hacemos con los errores). Por lo tanto, podríamos escribir:

Distancia = 57,3 ± 0,8 m

Pero como este error de dispersión es menor que el error debido a nuestro cronómetro, que era 0,9, deberíamos tomar ese como el error. Todo esto sin tener en cuenta el error que estamos introduciendo a tomar 340 m/s como un valor exacto.

Por lo tanto, escribiríamos:

Distancia = 57,3 ± 0,9 m

Esto suena razonable, pero estadísticamente no es perfectamente correcto. Si estáis dispuestos a un poco más de mates, calcularemos esto mejor. El mejor estimador de cuál es el error que tiene nuestra media aritmética, respecto del valor real, que desconocemos, se llama error cuadrático medio y se calcula de una forma que pudiera pareceros un poco enrevesada. Seguidme.

Tomas las distancias a la media que medimos y las elevas al cuadrado. Las sumas. Las divides por el número de datos menos uno (por 4, en nuestro caso) y por el número de datos (5). En nuestro caso dividiremos en total por 20. Haces la raíz cuadrada. Redondeas a una cifra. Si habéis hecho todos los cálculos os saldrá 0,4 m.

Todas estas consideraciones estadísticas sobre el error no te aseguran que el valor real esté a menor distancia de la media que el error cuadrático medio, sino que es muy probable que así sea. ¿Cómo de probable? En sentido estricto,

un 68% de que esté en el intervalo (media-error, media+error), para nosotros 57,3 ± 0,4 m el intervalo sería (56,9-57,7). También puede decirse que la probabilidad de que esté a una distancia menor que dos veces el error (56,5-58,1) es el 95% y a una distancia menor que tres veces el error (56,1-58,5) de un 99,7% aproximadamente.

Como el error cuadrático medio es menor que la precisión de nuestro sistema de medida, tomaremos como error el 0,9 que nos salía debido al error en las décimas de nuestro cronómetro.

El error cuadrático medio va bajando cuantos más datos se van tomando, así que es mejor tomar más datos que menos a la hora de que nuestra medida esté mejor estimada, pero no podemos superar la barrera que nos impone la precisión de nuestros aparatos.

En este caso, podemos decir que nuestras cinco medidas son suficientes para asegurar que, en las condiciones que tenemos de precisión instrumental, nuestra medida está bien estimada. Nos quedamos pues con:

Distancia = 57,3 ± 0,9 m

Para todas las medidas que tomes en este libro o en el futuro podrías usar la misma técnica: Repetir el experimento y tomar un conjunto de datos, dar como resultado la media y como error el mayor entre el error cuadrático medio y el error debido al procedimiento.

En este libro no aplicaremos esta técnica de manera continua para no introducir demasiada dificultad matemática, y porque en algunas estimaciones no es necesaria tanta precisión.

9

¿Es importante cerrar el grifo mientras me cepillo los dientes?

Como decíamos, una de las cosas que más nos gusta de la ciencia es la libertad para poder construir nuestras propias certezas. Seguro que habréis oído que es importante cerrar el grifo mientras te cepillas los dientes para no desperdiciar agua. Es evidente que se desperdicia agua mientras nos cepillamos los dientes: sale del grifo y se cuela por el sumidero mientras nosotros andamos frota que frota. La pregunta es: ¿se trata de una cantidad relevante o cerrar el grifo es solamente una buena costumbre? Pero no me contestes ahora, ni después de la publicidad… ¡Midámoslo!

Vale, manos a la obra.

Espera, ¿cómo lo medimos? Tendremos que tener en cuenta las dos situaciones, una dejando el grifo abierto durante todo el proceso y otra cerrando mientras cepillamos y abriendo para enjuagarnos y limpiar el cepillo.

Al preguntárselo a mis estudiantes salían opciones como: poner el tapón o colocar un barreño en el lavabo y después medir la cantidad de agua que allí queda, incluidos escupitajos. Para eso tendríamos que tener «divisiones» en el barreño o en el lavabo. O bien ir sacando el agua (y los escupitajos) con vasos graduados e ir sumando. No sé a vosotros, pero a mí me da un poco de asquito.

Veamos otro sistema mejor.

Si supiéramos cuánta agua sale de tu grifo por segundo, bastaría con medir los segundos que está abierto el grifo en un caso y otro.

Pero para eso, necesitamos calibrar tu grifo. Y, ¿qué es calibrar? Pues, si me permitís la redundancia, sería como «medir el medidor». Usar algún aparato o algún objeto «patrón» (de medida conocida) para ver si son buenos tu medidor o tu sistema de medida. Podemos usar una botella de capacidad conocida o un recipiente graduado y ver cuántos segundos tarda en llenarse.

En este experimento hay unas cuantas fuentes de error bastante relevantes:

1. ¿Cuánto abres el grifo? No es fácil abrirlo al mismo caudal, bien sea girándolo o por monomando.

2. ¿Cuánto tiempo dura un cepillado? Salvo que uses un cronómetro, como a veces se hace con niños, tus tiempos variarán.

Sin embargo piensa que en este experimento lo que queremos decidir es si la cantidad es relevante o no. No necesitamos una gran precisión, solo una estimación «grosera».

Empecemos. Yo he usado un recipiente de medio litro (500 ml) y el tiempo aproximado de llenado es de 10 s. Dividiendo:

Caudal de mi grifo: 50 ml/s

Necesitas ayuda: alguien que se lave los dientes mientras tú mides el tiempo. Pídele que cierre el grifo mientras se cepilla. Si le pides su móvil y pones el tuyo también como cronómetro, puedes dejar uno midiendo el tiempo total y con el otro vas contando el tiempo que el grifo esté abierto. Aunque se recomienda cepillar unos tres minutos, si quieres lo hacemos con un par de minutos que puede ser más frecuente, aunque sea menos sano:

Tiempo global: 2 minutos (120 s)

Tiempo enjuagado y limpieza de cepillo: 20 s

Gasto de agua sin cerrar el grifo: 50 ml/s · 120 s = 6000 ml = 6 l

Gasto de agua cerrando el grifo: 50 ml/s · 20 s = 1000 ml = 1 l

¡Alucina! Ya te dije que no era una cosa de abrir un poquito más o un poquito menos, o ser más o menos rápido cepillándote un día u otro. El gasto de agua es muy grande. Son 5 l en cada cepillado. Agua que sale del grifo, recorre unos 20 cm y cae al sumidero sin que te sirva para nada.

Si quieres puedes hacer una medida similar mientras alguien se afeita. Hay también cierta mala costumbre de dejar el grifo abierto en lugar de abrirlo solo para limpiar la cuchilla.

Y otro más. Cada vez que nos vamos a duchar, abrimos el grifo hasta que sale el agua caliente para poder meternos. ¿Cuánta agua se desperdicia en ese caso?

Calibra el grifo de tu ducha y vuelve a calcular. Aquí el susto es más gordo, ¿verdad? Ah, ¿no lo has medido? Entonces no lo sabrás. Soy malo, malísimo, lo sé. Piensa que la tubería que va desde el calentador hasta la ducha está llena de agua fría que tiene que salir primero antes de que lo haga el agua caliente. A eso hay que añadir lo que tarde el calentador en elevar la temperatura del «agua nueva».

En este caso parece que no hay solución para ahorrar esa agua, pero, si os preocupa, podéis hacer lo siguiente: recoge el agua en un cubo y resérvala para regar plantas o echarla al váter en lugar de descargar la cisterna y así no la desperdiciarás.

Como detalle extra podéis ir a por un recibo de agua, mirar allí el precio de cada litro de agua y calcular cuál es el precio que pagáis por esos 5 l de agua que perdéis. Los que hagan esto recibirán una enorme sorpresa, porque una cosa es lo que pagas por 1 l de agua «embotellada» y otra lo que pagas por 1 l de agua del grifo (¿Diez veces más? ¿Cien veces más? Solo tú que has ido a mirarlo lo sabrás). También podéis extender la cuenta al año, ¿cuánta gente se cepilla los dientes en casa? ¿Cuántas veces al día? ¿Cuántos días al año? En todo caso, cuentas aparte, ¿de veras te parece lógico dejar un grifo abierto y ver cómo el agua pasa del grifo al sumidero sin ninguna utilidad para nadie?

10
Viendo lo invisible

Al medir el folio conseguimos acceder a una información que, por pequeña, parecía inaccesible. Pero, ¿y si esa información es directamente invisible? En una charla dije que «solo podemos ver la luz visible» y un asistente lo tuiteó haciendo un poco de guasa con la aparente evidencia de mi frase.

La luz visible que todos conocemos son ondas electromagnéticas. No os asustéis, que lo voy a explicar. Coge un globo, ínflalo. Frótatelo en el pelo o en un jersey de lana. Ahora está cargado de electricidad estática. Rompe un papel en trocitos muy pequeños, como cuadraditos de 2 o 3 mm de lado y ponlos sobre la mesa. Ve acercando el globo y, a cierta distancia, los papelitos comenzarán a moverse. Si te acercas lo suficiente se pegarán al globo.

Eso quiere decir que alrededor del globo hay un campo eléctrico, más intenso cuanto más cerca del globo estamos y que va decreciendo según nos alejamos. Intenta imaginártelo. Si muevo el globo, como si agitara una coctelera, en cada punto de la habitación el campo eléctrico será variable, según el globo se acerque o se aleje. Aunque sea de manera muy pedestre, hemos producido una oscilación eléctrica, una onda.

Imagina que hacemos lo mismo con un imán. Me sigues, ¿verdad? Así nos podemos hacer una idea. Una onda electromagnética produce en cada punto del espacio un campo electromagnético que aumenta y disminuye, que varía.

Un apunte a modo de aclaración. Verás que decimos electromagnético poniendo las dos palabras juntas. No es por ahorrar, es que se descubrió que la electricidad y el magnetismo en realidad son dos caras de una misma moneda, un campo único que puede mostrarse como una cosa u otra, o como una mezcla de ambas, según las circunstancias.

Resulta que muchas cosas de tu vida diaria son campos electromagnéticos, aunque no los hayas llamado así nunca.

Las ondas electromagnéticas pueden ser «más fuertes o más flojas», tener más o menos intensidad, decimos. Sin embargo, algo muy importante es lo rápido que varían, en nuestro ejemplo ilustrativo lo rápido que agitamos el globo cargado o el imán. A eso lo llamamos frecuencia.

Estas características son comunes para todas las ondas, aunque no sean electromagnéticas. El sonido es una onda de presión (en el aire o en otro material), una onda mecánica, no electromagnética. No obstante también podemos decir que tiene intensidad (si suena más fuerte o más flojo) y frecuencia (si suena más agudo o más grave: oímos más grave cuando es una

vibración más lenta).

Lo que resulta especial con la frecuencia de las ondas electromagnéticas es que según la variamos nos parece un fenómeno muy diferente. Quiero decir, si tú oyes un sonido agudo o uno grave, comprobarás que tienen distinta frecuencia, pero te siguen pareciendo la misma cosa: sonido. En cambio, en las ondas electromagnéticas, según variamos su frecuencia, nos parecen cosas bien distintas y además sus efectos sobre los objetos y sobre nosotros mismos son también muy diferentes.

Las ondas electromagnéticas de más baja frecuencia las llamamos ondas de radio y son precisamente las que usamos para transmitir las señales de radio y televisión. Son invisibles a los ojos, como podrás «no ver», ya que a tu alrededor, en este instante, están pasando en todas direcciones un montón de ellas. Son inocuas a baja intensidad. Aunque algunos temen que las antenas y los sistemas inalámbricos puedan producir ciertos tipos de cáncer, después de muchos años e investigaciones, no hay evidencia científica que lo demuestre.

Si subimos un poco más la frecuencia llegamos a un rango que denominamos microondas. Seguro que te suena el término. Son esas que usamos para calentar los alimentos en los hornos microondas y también en comunicaciones. De nuevo son invisibles y, por debajo de cierta intensidad, inocuas. Si la intensidad es alta produce, calentamiento, como habrás observado en tu horno.

Por encima de las microondas hay una zona de frecuencias que llamamos infrarrojo. De nuevo invisibles e inocuas y son las típicas emisiones de calor, de tu cuerpo mismamente (que a veces vemos en cámaras sensibles a este rango de frecuencias).

Y, por encima de estas, tenemos por fin la «luz visible», que abarca desde el rojo hasta el violeta. Por eso la banda inferior se llama infrarrojo… y por eso la siguiente se llama ultravioleta.

Para frecuencias superiores al violeta, el ultravioleta, volvemos a perder la capacidad de percibir la radiación con los ojos. Y ya la cosa comienza a ponerse peligrosa. A partir de aquí la radiación cada vez tiene más capacidad de atravesar nuestro cuerpo y arrancar electrones a nuestros átomos, lo que puede ocasionar mutaciones en el ADN, y en este caso sí, cáncer, incluso con intensidades bajas.

Nuestro cuerpo tiene un sistema natural que le protege de esta radiación, la producción de melanina. Se trata del pigmento que nos vuelve «morenos» y que da color al pelo (su falta produce individuos albinos). A pesar de eso sabéis que es muy necesario usar cremas protectoras y reducir la exposición al sol. Los excesos podéis verlos en pieles secas, prontamente envejecidas y en el peor caso en la aparición de cáncer de piel de personas que han estado muchos

años expuestas a la radiación ultravioleta del Sol sin protección, por trabajo u ocio.

También contamos con la ayuda planetaria de la capa de ozono. La luz ultravioleta hace reaccionar al oxígeno de la atmósfera, que está formando moléculas de dos átomos, separándolas. Estos átomos sueltos se unen a otra pareja formando un conjunto de tres átomos de oxígeno, que es lo que llamamos ozono. A su vez este trío se separa en una pareja y un átomo suelto al absorber de nuevo luz ultravioleta y vuelve a comenzar el ciclo. De esta forma parte de la radiación ultravioleta se absorbe en la atmósfera y no llega a nosotros.

En relación a esto, sabéis que por el uso de ciertas sustancias (CFC's para sistemas de refrigeración y propelentes de *sprays*, por ejemplo) que rompían las moléculas de ozono, se produjo una disminución de la cantidad de ozono, sobre todo en el Polo Sur, que se denomina «el agujero de ozono». Estamos tratando de corregirlo, pero ha tenido incidencia en el aumento de radiación UV que llegaba a la Tierra y a la que se exponen habitantes de zonas como Australia.

Siguiendo con el resto de radiaciones, más allá del ultravioleta están los rayos X. Habréis oído hablar de las radiografías y otros sistemas de imagen médica, que aprovechan su gran capacidad de penetración para obtener imágenes de tu interior. Como también sabréis, por su capacidad de producir mutaciones, no se le hacen radiografías a las embarazadas y se reduce su uso general para no acumular dosis excesivas que incidirían en mayor probabilidad de aparición de cánceres.

Y, finalmente, por encima de los rayos X, tenemos los rayos γ (gamma), que se producen típicamente en procesos nucleares, y con mayor peligrosidad aún.

Volviendo a mi criticada frase, «solo vemos la luz visible». La usaba conscientemente, porque con frecuencia decimos «luz infrarroja» o «luz ultravioleta», y esas «luces» son invisibles. Y si extendemos el nombre «luz» al resto de la radiación electromagnética, cuya naturaleza es la misma, también son invisibles. Así que aunque parecía obra del Capitán Obvio (como creo que me llamaron) tenía cierto sentido.

Y, ahora que estamos centrados, ¿seguro que no podemos ver el infrarrojo o el ultravioleta? Con los ojos, no, pero podemos «extender» nuestra vista.

¿Cómo lo haremos? Necesitamos «algo» que transforme lo que no puedo sentir en algo que sí pueda sentir (ver, oír, etcétera).

Las células de tu retina no son sensibles al infrarrojo, pero otras sustancias sí. Curiosamente los detectores de luz de la cámara de tu teléfono, sí que lo son. Se atenúa su efecto con filtros para que la foto de tu mascota no te salga

rodeada de colores por sus emanaciones de calor, pero sigue habiendo cierta sensibilidad.

Ya, ya, no me olvido de que en este libro vamos a medir, utilicemos un emisor de infrarrojos. Usaremos como fuente de infrarrojos… no, el calorcito que sale de ti no me vale. Podemos usar un mando a distancia.

Quizá os haya llamado la atención que en los mandos a distancia hay como una lucecita (un LED) pero que no se enciende cuando pulso los botones, aunque el mando funcione. La verdad es que sí se enciende, pero emite luz infrarroja. Pues ahora te queda a ti comprobarlo. Apunta con el mando a la cámara de tu móvil y aprieta un botón. Verás que…

Este experimento ya lo hicimos en mi libro *Experimentos para entender el mundo*, pero llevémoslo un poco más allá. Midamos la capacidad de penetración del infrarrojo. Para eso, pon algo delante del mando e intenta encender la tele o el aparato que sea.

¿Es capaz de atravesar un folio? ¿Dos? ¿Cuántos? ¿Qué otros objetos es capaz de atravesar? Lo sabrás porque el mando funcione, aunque si pones algo no muy grueso, por ejemplo, una camiseta oscura (que bloquea el visible), verás en tu cámara lucir el LED infrarrojo a través de la tela.

Seguro que alguna vez has puesto el dedo contra una linterna para que se viera rojo como el de ET (a veces está uno muy solo y las tardes son muy largas). Si no lo has hecho te invito a que lo hagas. Si miras con cuidado verás algún vaso sanguíneo como una línea oscura dentro de tu dedo. ¿Es el infrarrojo capaz de atravesar tu dedo? A medir…

Seguro que también has cambiado de canal más de una vez apuntando con el mando a un lado y haciendo que rebote el «rayo». Ahora puedes verlo. Dispara contra algún sitio y mira hacia allí con la cámara, a ver si ves el rebote. No esperes ver el rayo por el aire (como en las pelis), mira al sitio donde apuntas, verás un punto brillante en ese lugar, si miras con el ángulo adecuado. Es fácil de calcular, rebota como una bola de billar, con el mismo ángulo que llega, se refleja, tienes que poner la cámara en el camino del rayo reflejado. En un cuarto de baño a oscuras y contra el espejo se ve bien.

Según el mando a distancia que uso y el móvil, veo iluminarse el LED en color rojo o azul, pero recordad que esa lucecita no produce luz roja ni azul, es infrarroja. El aparato que estoy usando convierte la radiación invisible en un color que yo veo, pero es mentira, no es azul como la toalla que también aparece azul en la cámara.

En las cámaras térmicas, en las que se ven las emanaciones de calor de los cuerpos, la temperatura a la que están distintas partes, o cosas tan divertidas como un pedo (hay vídeos en la red), en esas cámaras, se «convierte» la información infrarroja en información visible, en lo que se llama «falso color».

Y por eso mi cara sale blanca, mis brazos azules, etcétera. Usamos ese código de colores para «comunicar» al espectador que unas radiaciones son de más frecuencia que otras (dentro del infrarrojo), lo que equivale a decir que están a mayor temperatura. A veces al lado de la imagen te ponen una banda de colores con las temperaturas a las que equivale cada uno.

¿Se puede hacer lo mismo con el ultravioleta? ¿Detectarlo y transformarlo en falso color para hacernos una idea de cómo se «vería» si nuestros ojos fueran sensibles al ultravioleta, como les pasa a algunos insectos?

Por supuesto, ya somos muy hábiles con la tecnología. Te recomiendo que busques vídeos de cómo se ven algunas flores «en ultravioleta» (en realidad, de nuevo en falso color para que lo veas tú). También tomamos imágenes de estrellas, galaxias en distintas zonas del espectro y son todas muy curiosas. No os las perdáis.

Y, para los más interesados, una de las fotos más curiosas que podéis ver es lo que se llama la radiación de fondo (en la frecuencia de las microondas). Una radiación que proviene del fondo del «cielo», no de estrellas u otros objetos. Una radiación que constituye el «eco» de los comienzos de nuestro universo, del Big Bang. Hay muchos equipos investigando esa radiación y sus propiedades, porque haciendo eso consiguen retroceder en el tiempo y poder mirar lo que ocurrió hace unos 13 700 millones de años, ¡tela! Esto es posible gracias a que la velocidad de la luz no es infinita, es solo 300 000 km/s aproximadamente, pero ya os digo, eso solo para los más frikis, digo, interesados. Ahí te dejo el hilo por si lo quieres coger.

Pero no dejes que me escape del desafío que teníamos. ¿Podemos con algo casero «ver» ultravioleta? Dicho de otra manera, ¿hay algo en casa con lo que pueda transformar la radiación ultravioleta en algo visible? Bien, tú ganas, lo confieso, lo hay. Son tus dientes.

¿Recuerdas esa sonrisa de anuncio de dentífrico que tenías en la discoteca o en aquella fiesta de Halloween? También brillaban tremendamente ropas blancas, algunas partes de las zapatillas. ¿Cuál era la fuente de luz ultravioleta? Eso tan divertido que llamamos «luces negras». Parecen lámparas fluorescentes «normales», pero cuando las enciendes se ve una luz muy débil de un color azul violáceo, que no ilumina apenas. Curiosamente objetos cercanos brillan en otros colores, como el blanco, con mucha más intensidad que la luz que vemos salir de la «lámpara», ¿cómo es posible que la luz reflejada sea más intensa que la original?

Se basa en un fenómeno llamado fluorescencia. Ciertas sustancias son capaces de absorber luz ultravioleta, quedarse con parte de la energía y reemitir luz de menos frecuencia, en este caso visible. El hecho de que la lámpara te parezca que no «luce» mucho es porque está luciendo con

intensidad en una frecuencia que tú no eres capaz de ver (ultravioleta).

Si no te apetece salir de marcha a mirar cómo brillan tus dientes, si tienes una vida más interesante que esto, puedes ver otro ejemplo sencillo. Los billetes tienen una delgada banda de una sustancia fluorescente y en las cajas de los supermercados y las tiendas, a veces lo ponen bajo una pequeña luz negra a ver si se ilumina correctamente y detectar si es un billete falso o no.

Las lámparas fluorescentes reciben ese nombre precisamente porque se aprovecha ese efecto en su funcionamiento. El fluorescente contiene una pequeña cantidad de vapor de mercurio que es lo que se excita con la corriente eléctrica, pero el mercurio emite luz ultravioleta. Así que se recubre el interior del tubo con una sustancia que absorbe esa radiación ultravioleta y la transforma en visible, por eso nos parece que brilla todo el tubo… porque es así, la sustancia que recubre el tubo es la que está emitiendo luz visible. Os recuerdo también que las lámparas de bajo consumo trabajan con el mismo principio siendo en realidad fluorescentes en miniatura.

En el caso de querer ver los rayos X, cuando nos hacemos una radiografía, usamos sustancias que se oscurecen al recibir esa radiación, para conseguir el mismo efecto que en el papel fotográfico convencional. Son compuestos que incluyen plata, así que es importante reciclarlos desde el punto de vista económico y medioambiental.

No siempre hace falta un mapa tan detallado como una imagen, quizá solo necesitamos detectar el nivel de radiación. Esto se puede hacer con un contador Geiger, ese cacharrito que sale en las pelis y va haciendo «bip bip» según haya más o menos radiación gamma. En este caso podemos detectar rayos gamma por su interacción con el aparato y podemos salir corriendo si pita mucho; no necesitamos más indicaciones. Los operarios que están en entornos con radiación llevan encima un pequeño aparato, un dosímetro, y pueden ir viendo la dosis acumulada para regular tiempo de exposición, turnos, etcétera.

11
¿Crees que lo oyes todo?

Ya hablamos de que el sonido era una onda de presión, una vibración de algo material (incluido el aire, claro), que se propaga y que finalmente hace vibrar el tímpano del oído. Esa vibración sigue su camino hasta el oído interno donde se transforma en una señal eléctrica y se envía al cerebro para su procesamiento. ¿A que dicho así, suena increíble? Es cierto que también se transmite la vibración a través de los huesos de la cabeza y la resonancia en las cavidades y canales que allí hay como los senos o las trompas de Eustaquio.

Pero vamos a lo nuestro. Siempre que se habla del sonido se citan tres cualidades:

–La intensidad: el volumen, lo fuerte que suena.

–El tono: si es agudo o grave, cómo de rápida es la vibración, lo que llamamos también frecuencia.

–El timbre: un sonido no suele ser «puro», suele ser una mezcla de varios sonidos de distintas frecuencias juntos, con intensidades diferentes, y esa diferente combinación es lo que nos permite distinguir tu voz de la mía o la nota la que suena en un piano del la que suena en un violín. Aunque el timbre es una cualidad muy interesante, hoy nos vamos a ocupar de la intensidad y la frecuencia en nuestro experimento, sobre todo de la frecuencia.

Sabemos hacer sonidos dando voces, como los gañanes que somos, y eso de tener un órgano capaz de hacer sonidos y articularlos está en la base de la mismísima capacidad de pensar de nuestro encéfalo, lo cual es increíble, sin embargo veámoslo de otra manera.

Levanta tu mano, como para saludar, y muévela hacia delante y hacia atrás. Estas produciendo una onda mecánica en el aire. Pero no la oigo. No sé a qué velocidad lo haces, pero no creo que llegues a veinte veces por segundo, que es aproximadamente a la frecuencia que empezamos a oír un sonido, que percibiremos como «muy grave».

Según vamos aumentando la frecuencia de vibración, el sonido se percibe como más agudo, hasta que se convierte en un pitido y llega un momento, mejor dicho, una frecuencia, a la que dejamos de oír. No es un corte brusco, esos pitidos los vamos oyendo «más bajito» cada vez, aunque se estén emitiendo a la misma intensidad, no es que suenen menos, es que tu capacidad de oírlos es menor. Si buscáis hasta qué frecuencia podemos oír en algún sitio, veréis valores como 16 kHz o 20 kHz (1 kHz son 1000 Hz, 1000 vibraciones por segundo).

Todo esto está muy bien y es muy bonito, pero, como mucho, se referirá al

«hombre medio», entidad abstracta que no existe, que no es nadie en concreto, que no se llama José Luis ni María Luisa, que no eres ni tú ni yo.

¿Hasta qué frecuencia oyes tú? Probemos.

Espera, no te pongas a chillar agudos; intenta parecer lo más normal posible.

Tanto para ordenador como para teléfonos móviles tenéis aplicaciones gratuitas que van emitiendo sonidos de distintas frecuencias. Mirad hasta dónde alcanzáis a escuchar.

Vuestra frecuencia máxima audible dependerá de lo que hayáis maltratado vuestro oído: poniéndoos música a todo volumen, en trabajos o situaciones ruidosas sin protección, etcétera. Pero, el factor más importante será la edad que tengas. Un niño pequeño oirá pitidos que para ti serán inaudibles.

No dejes de probarlo, es extremadamente divertido:

La frecuencia más alta que oigo es de _____ Hz

Todos conocemos ya la teoría, pero la experiencia de producir un pitido de alta frecuencia en una sala llena de gente, pedir que levante la mano quien lo oiga y ver cómo los niños levantan la mano todos a la vez mientras los adultos se miran entre ellos porque no oyen nada, no tiene precio:

http://www.eitb.eus/es/divulgacion/naukas-bilbao/videos/detalle/2595224/video-naukas-bilbao-2014javier-fernandez-panadero-ofrecio-chrala-/

Mis estudiantes me contaron que a veces hacen esto en las clases: ponen pitidos que los profesores no oímos mientras ellos sí y se parten de risa los muy gansos.

Se cuenta por ahí que en algunas ciudades, para que los jóvenes no se junten en una plaza a hacer botellón, ponen un pitido inaudible para los mayores, pero a una intensidad alta y desagradable para los chavales, de manera que se van a otro lado. Esta historia siempre me extrañó. Físicamente, posible. Legalmente, no lo sé.

Puede que en casa hayáis tenido la siguiente experiencia. Un niño comienza a preguntar si los demás no oyen un pitido (igual te pasó a ti, de pequeño). Todos le miran como si estuviera loco y el muchacho se pone a husmear por la casa como si fuera un gorrino buscando trufas. Finalmente encuentra un aparato electrónico, que no está encendido, pero sí en *stand by* y que produce ese sonido. Lo apaga y respira aliviado. Los demás vuelven a sus quehaceres. Pues eso, que seáis más comprensivos niños y grandes. Adultos, los niños no están locos. Niños, los adultos están un poco sordos.

De todas formas, esos sonidos que no oímos, pueden ser oídos por otros animales. Hay silbatos para perros, que al soplarlos no producen nada audible para nosotros, pero los perros se molestan, los pobres, porque ellos sí escuchan el pitido. En general, cada especie y cada individuo tiene sus propias capacidades de detección, en lo visual, auditivo, químico (olfato y gusto), etcétera. Por ponerte un ejemplo extremo, la gamba mantis (además de dar tortas como panes. Te dejamos un vídeos al final del párrafo para que lo veas) tiene doce receptores distintos de color, no como nosotros que tenemos solo tres, aunque se han encontrado algunas personas con cuatro. ¿Quieres saber cómo ve alguien con cuatro receptores de color (tetracromía)? Tendrás que buscar.

https://www.youtube.com/watch?v=ti2Uoc1RXuQ

Volviendo a nuestra guerra, los ultrasonidos, que es como se llama a los sonidos que están más allá del rango audible, son muy útiles. Te pondré un par usos comunes.

Como el sonido es una vibración, mecánica, induciendo una vibración intensa a una piedra en determinadas frecuencia, soy capaz de resquebrajarla y romperla. ¿Se os ocurren mejores piedras para romper que las que se forman en los riñones, los cálculos renales? Puedo sacarlas disueltas en la orina, por el conducto habitual, en lugar de tener que abrir para extraerlas.

Segunda aplicación. ¿Y si lanzo ultrasonidos a través de tu cuerpo y mido el rebote? Según el tipo de tejido atravesará mejor o peor, o rebotará distinto. ¿Y si usando eso hago una imagen, en «falso color», claro? ¿Y si lo llamo ecografía y lo uso para embarazadas que no puedo radiar con rayos X? ¿O en otros casos que sea suficiente su calidad limitada y me ahorro algo más caro y peligroso como los rayos X? Pues eso.

También se usan para «ver» bajo el suelo. De hecho, las ondas mecánicas que se producen en los terremotos se analizan para «ver». ¡Dentro de la tierra! Como si le hiciéramos una ecografía al planeta. No me digas que no es fascinante.

12
Supervivencia matemática

Nuestro mundo urbano está lleno de objetos que nos pueden servir como instrumentos de medida.

Un folio habitual, lo que técnicamente se llama un din a4, tiene una dimensiones de 21,0 x 29,7 cm. Si queremos medir distancias grandes podemos ir alineando folios, o poniendo varias veces el mismo para hacernos una idea. Si queremos medir distancias más pequeñas, doblemos el folio a la mitad, en tercios, a dos veces a la mitad (cuartos) e iremos haciendo marcas que representarán con bastante precisión distintas distancias.

Si lo hacemos con el lado más corto:

Lado completo: 21,0 cm

Mitad: 10,5 cm

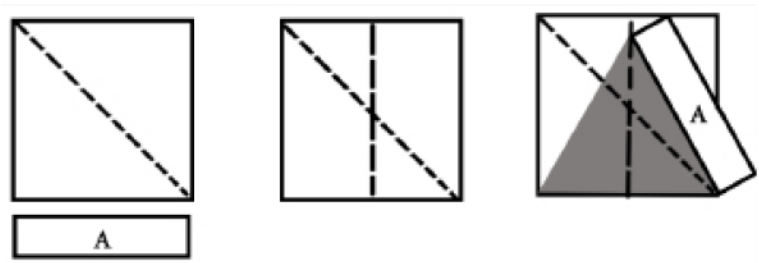
Tercio: 7,0 cm

Cuarta parte: 5,25 cm

Si te tomas un tiempo, puedes hacer marcas suficientes para tomar buenas medidas sin haber usado ninguna regla ni otro instrumento.

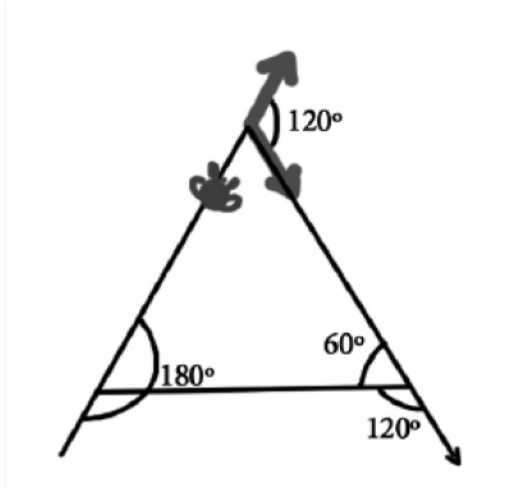
Un folio también muestra unos estupendos ángulos rectos, que nos pueden servir de referencia. Pero de nuevo, si doblamos podemos ir consiguiendo otros ángulos que nos interesen.

Haciendo la forma de la figura, la típica escuadra, conseguimos un ángulo de 45^{0}, estamos dividiendo por dos el ángulo recto. Si marcas la línea inferior y recortas esa tira tendremos un cuadrado. Dobla ahora el cuadrado por la línea que une dos puntos medios de los lados, como si fuera un libro, marca bien el doblez y vuelve a la forma del cuadrado. Coge la tira y apoyándola en la esquina inferior muévela hasta que el otro extremo coincida con ese doblez central que hemos hecho, pinta esa línea. Ahora haz lo mismo desde el otro lado. Has dibujado un triángulo equilátero, tres lados iguales, porque la tira y la base tienen la misma longitud. Mira en la figura:



Piensa ahora que pintas un triángulo en el suelo y andas sobre su contorno

hasta dar una vuelta completa. Habrás recorrido 360^0. En tu recorrido tenías tramos rectos y giraste tres veces, una en cada vértice hasta acabar en la misma posición que habías empezado. Así que, si en tres giros giraste 360^0, cada giro fue de 120^0. Mira en el dibujo: si cada giro fue de 120^0, el «cachito» que queda por dentro, el ángulo interior del triángulo será de 60^0. Así que los tres ángulos interiores del triángulo equilátero miden 60^0, y su suma 180^0, como quizá recuerdes de los tiempos del cole. Ya lo ves, ya tenemos también un ángulo de 60^0.



Sin embargo podemos seguir, si pintas el doblez, partiendo el triángulo en dos, verás que te quedan dos triángulos rectángulos iguales, con su ángulo superior de 30^0 (la mitad de los 60^0 que has «partido»), su ángulo recto entre el doblez y la base, y su ángulo de 60^0 en la otra esquina. Combinando, sumando y restando estos ángulos que hemos conseguido (30^0, 45^0, 60^0 y 90^0), puedes tener otros muchos, y además, puedes combinarlos con una recta horizontal (180^0) y tener más todavía, por ejemplo $180^0 + 30^0 = 210^0$. Y todo esto con nada más que un folio y mucho ingenio.

13
¿Están bien las etiquetas? ¿Me están engañando? Azúcar en los refrescos

Desde hace años se oye mucho hablar de la publicidad subliminal o de contenidos subliminales (por debajo del límite de percepción), aunque se ha desvirtuado su significado.

En principio se referían a imágenes o sonidos que no eran procesados conscientemente por mí, pero sí, de alguna manera, inconsciente. Por ejemplo, de los veinticuatro fotogramas por segundo de una película, imagina que cuelo dos de ellos anunciando una bebida. ¿Será esto percibido inconscientemente por mí y me inducirá a comprarla? Las evidencias científicas parecen indicar que no, aunque llevemos décadas hablando de ello.

En algunos momentos hay quien usa el término «subliminal» para querer decir «implícito» o «indirecto». Por ejemplo, esos productos que se anuncian como «sin conservantes» que de un modo implícito nos están diciendo que los otros productos que los llevan son de peor calidad. Indirecto, pero no subliminal.

¿Por qué os cuento esto? Muy sencillo, porque lo más divertido de todo es que nos preocupamos con los posibles contenidos «ocultos» que nos puedan colar en publicidad, cuando nos están diciendo en toda la cara las cosas bien claritas. No somos tan inteligentes ni informados, es muy sencillo engañarnos o conducir nuestros comportamientos y gustos, no hace falta lo «subliminal».

A lo que quiero llegar es a que el etiquetado de un producto no necesita estar mal. Basta con poner ciertos datos correctos que nos lleven a conclusiones incorrectas o que no sepamos interpretar adecuadamente, debido a la falta de cultura matemática (anumerismo). Por supuesto, esto es intencionado en demasiadas ocasiones.

Veámoslo.

Sabemos que los refrescos azucarados tipo bebidas de naranja, cola, etcétera, contienen azúcar añadido y quizá hayáis oído hablar que en una cantidad muy alta. Pero no es aquí donde nos importen las opiniones, aquí medimos.

Un experimento que se propone a veces consiste en cocer la bebida hasta que se evapore todo el líquido y pesar el sólido que queda, entendiendo que será el azúcar añadido. Aunque el resultado coincide bastante con lo que dice la etiqueta, en realidad el azúcar se quema en parte y puede haber otras sustancias que sean residuo sólido también. En fin, pero, ¿por qué no tomar directamente el valor de la etiqueta? ¿No te lo crees? Entonces, ¿por qué lo

usas como validación del experimento cuando cueces la bebida?

Es el momento de levantarse e ir a por una lata o botella. ¿Ya la tienes? Yo he cogido una lata. Lo primero que me llama la atención es que viene una tabla a dos columnas con los ingredientes y sus cantidades.

Cuando he hecho esto en público y les he pedido que busquen cuánto azúcar hay en la lata que les doy, es muy frecuente que me den el primer número que se encuentran que es el contenido de azúcar que hay en 100 ml de bebida. Pero es que resulta que una lata son 330 ml, tres veces más. Siento decirlo, pero dada la frecuente confusión que he visto en la gente, no creo que la inclusión de este dato sea inocente. Dato que, por otra parte, es innecesario y deducible.

Bien, según la bebida que hayas cogido, el contenido de azúcar oscilará entre los veinti y algo y los treinta y algo gramos en la lata, en los 330 ml.

¿Te dice algo ese número? No, ¿verdad? Como te decía, no necesitan esconder ese dato, tu anumerismo les protege. Pero aquí estamos para ver más allá, y no tan es difícil.

Ahora quiero que hagas un montoncito de azúcar, que tenga esos 30 g. Si tienes la báscula muy lejos, puedes hacerlo en sobrecitos de azúcar (5 g aproximadamente) o como quieras, pero haz el montón.

Ahora sí, ¿verdad? Ahora eres consciente de la cantidad de azúcar que te estabas «bebiendo». No nos quedemos solo aquí, prueba a calcular la cantidad de azúcar que hay en una botella de 2 l. Como 330 ml es aproximadamente un tercio de litro, pues tendremos tres latas por cada litro, así que seis latas. 30 por 6, 180 g de azúcar. Ya, ya, los números no te asustan. Haz el montón y horrorízate.

Si sois profes o estudiantes y tenéis que hacer un trabajo para el colegio, uno muy visual y sencillo es poner en una cartulina latas vacías de distintas bebidas y debajo una bolsita de plástico transparente con el contenido en azúcar equivalente. No hace falta que pongas letras ni otra cosa, el mensaje es clarísimo.

La decisión sobre si consumir o no esas bebidas o en qué cantidad, te la dejamos a ti, querido lector.

Podéis hacer algo parecido con las mal llamadas «bebidas energéticas» y su alto contenido en cafeína, que ya ha provocado problemas serios de salud en varios países por el uso irresponsable que han hecho algunos jóvenes, y cuyo consumo desaconsejamos desde aquí. En este caso la cantidad de cafeína, que tampoco os dirá nada a primera vista, puede ser transformada en «vasos de café equivalentes», tomando una cantidad promedio aproximada de la cafeína que hay en un café.

14
Entonces, ¿están bien todas las etiquetas? Peso de envases y folios

Imposible de saber, supongo que todas, todas, no. Mi mente desconfiada me hace pensar que las marcas más conocidas, al estar más bajo la atención del público, serán más cuidadosas en su etiquetado que marcas menos conocidas, o bien que envases etiquetados directamente en establecimientos locales.

También me dice mi mente que será más sencillo etiquetar mal algo de más difícil comprobación que algo que sea más sencillo de comprobar. No obstante esto son elucubraciones mías, podría ser de otra manera. Por ejemplo, quizá un establecimiento local con una clientela más o menos fija, necesita ser muy confiable para poder mantenerla. En todo caso, podemos medir algunas cosas y lo veréis con vuestros propios ojos. Os recuerdo que con la ciencia tratamos de construir nuestras propias certezas.

Algo muy sencillo es comprobar el peso de alimentos. En las etiquetas encontramos el peso del producto, en muchas ocasiones ya expresado como peso neto, es decir, sin el envase. Dicho y hecho, lánzate a la aventura. La báscula de cocina es nuestra amiga, pesa y comprueba.

Hace poco, en un gran centro comercial, anduve cogiendo artículos y pesándolos en la zona de la «frutería a granel» para comprobar su peso. Todos los que cogí estaban bien.

Pero un segundo; peso neto… esto me hace pensar en algo. ¿Te has fijado alguna vez el envase en el que te venden el jamón? ¿Pesa mucho o poco? Respecto al peso total que compraste, ¿es representativo? ¿Era jamón más o menos caro? Porque no olvides que pagas ese plástico a precio de jamón.

Tu dependiente, ¿tara primero el recipiente y luego echa el producto o va todo junto? Yo acabo de pesar uno y son 20 g. Si me ponen cuarto de kilo (250 g) representa un 8%. Quizá pienses que no importa y que soy un tiquismiquis, pero si una rebaja de un 5% en un producto te estimula a comprarlo, ¿por qué un recargo de un 8% no te importa? Tú sabrás.

Algo fácil de medir también es el peso de un folio. Suele venir expresado en gramos por metro cuadrado (a veces lo oiréis llamar «gramaje») y el de uso más frecuente es de 80 g/m2. En libros se suele usar de algo más de gramaje, y también los hay de menos, como el conocido «papel biblia».

Pero, claro, un folio no tiene un metro cuadrado de superficie. El típico folio es técnicamente un din a4, un formato estándar que tiene 210 mm de ancho y 297 mm de alto, puesto en metros 0,210 m y 0,297 m.

Si multiplicamos ambas cifras, para calcular la superficie, nos sale 0,06237

m2.

¿Cuántos folios necesito para juntar un metro cuadrado?

Dividiendo 1 m2 entre 0,06237, que es la superficie de cada folio, nos sale 16,03. Así que 16 folios serán 1 m2.

También podríamos haberlo sabido porque, en el estándar din, el tamaño a0 mide 1 m2 y vamos obteniendo los otros tamaños cortándolos por la mitad: la mitad del a0 es un a1, la mitad de un a1 es un a2, etcétera, es decir, a partir de un a0 tengo dos a1, cuatro a2, ocho a3 y dieciséis a4. Por lo tanto, si en mi paquete estándar teníamos papel de gramaje 80 g/m2, quiere decir que cada 16 folios deben pesar 80 g. Eso nos deja, dividiendo, 5 g por folio.

Ahora a la báscula.

Pesa tu paquete de 500 folios y divide entre 500. A mí, con una marca blanca conocida de cierto supermercado me falta un poco. Si cada folio es de 5 g esperamos un peso total del paquete de 5 g · 500 = 2500 g. A mí me salen 2375 g, un 5% menos. Puede que un 5% te parezca una cantidad pequeña.

Contéstame a esta pregunta: ¿Cada cuántos paquetes les sale uno gratis?

Puedes hacerlo por gramos o por tanto por ciento:

%	GRAMOS	
Nos dan en cada paquete	125 g	
Tenemos que juntar	2500 g	
Dividiendo sale el número de paquetes para tener uno gratis	20	
Como los paquetes se quedan cortos, con uno menos ya tienes peso suficiente…	19	

Cada 19 paquetes, el 20 es de «regalo». Discúlpame, que hay una errata: no es que les salga gratis… es que lo pagas tú.

Algo fácil de medir también es la longitud. Nos puede resultar fácil saber si ese listón que hemos comprado o ese cable o ese trozo de tela tienen las dimensiones adecuadas. Pero ¿qué decir del rollo de papel de aluminio de 30 o 50 m? Nadie en su sano juicio se pondría a estirarlo por el suelo y después a medirlo, máxime entendiendo que se mancha y que tendría que tirarlo todo después. Sin embargo, ¿aún crees, querido lector, que estás hablando con alguien que está en lo que vosotros llamáis «su sano juicio»?

Lo hice en el instituto con mis estudiantes. Treinta metros solo, tampoco estoy tan loco. En nuestro caso encontramos que nos faltaba un metro y medio. Tiempo después volví a probar con la misma marca (quizá sí estoy tan loco) y en esta ocasión estaba muy bien.

Legalmente, un producto que varíe en una pequeña cantidad sus valores nominales respecto de sus valores reales es un producto que está bien (lo llamamos tolerancia). Piensa que algunos, como las verduras, van

deshidratándose y cambiando su peso. Para otros productos es más difícil de aceptar que las máquinas automáticas que los fabrican tengan ese margen de error. La tolerancia legalmente admitida depende del tamaño del producto y de la legislación de cada país. Busca y consulta esos valores si estás interesado en alguno en concreto. En las asociaciones de consumidores te pueden ayudar.

15
Contabilidad mental, contabilidad compartimentada

¿Cuánto vale un euro, querido lector? Perdona la pregunta, está mal hecha. La reformulo. ¿Cuánto vale un euro, en euros?

Vaya, ¿aún no me entiendes? ¿Cuánto vale un euro en euros según haya sido ganado o perdido?

¿Sigues sin entenderme? ¿Cómo? ¿Qué dices? ¿Que un euro vale exactamente un euro? Ay, ¿eso crees aún? Bueno, no te preocupes, yo también creía eso hace tiempo y es falso.

En tu cabeza, no valen todos los euros igual.

Veamos:

1. Vas a un bar o un restaurante. Te tomas una bebida, comes algo y pagas. Ese es el precio legalmente pactado y lo has pagado. Te dan las vueltas y dejas propina: 1 €.

2. Recorres varias calles (quizá en coche, gastando gasolina) para comprar un cartón de leche 20 céntimos más barato que en otro lugar.

3. Montas en cólera porque esa aplicación de mensajería para teléfonos (que usas sin cesar) te cobra 85 céntimos al año, cuando antes era gratis.

4. Vas al cine y en el camino pierdes un billete de 20 €, ¿entras al cine?

5. Vas al cine y te das cuenta de que has perdido las entradas y tienes que comprar otras por 20 €, ¿entras al cine? Te saldría el cine a 40 €, como en el caso anterior.

6. Lo mismo, pero si te han robado el billete y, ¿si es la entrada?

7. Pienso en gastarme 100 € que he ganado en un sorteo.

8. Pienso en gastarme 100 € que he ganado trabajando.

9. Construyes un objeto para no comprarlo porque vale 10 € e inviertes dos horas y material en hacerlo.

10. Compras un objeto caro que está muy rebajado, tal vez sin necesitarlo o haber pensado en comprarlo antes.

Y, muchas más situaciones en las que puedes mirarte a ti mismo y a otros, y darte cuenta de que el valor económico, insisto económico, que le damos a un euro en una situación o en otra es distinto. Es como si esos euros no fueran intercambiables, como si no tuviesen el mismo valor económico.

Si un euro no es un valor que considere alto, digamos que «no me importa mucho», pues igual que lo doy de propina, puedo gastármelo en la aplicación, o puedo ahorrarme el tiempo de ir a otra tienda, si algo es un euro más caro. Es el mismo euro.

Sí, ya sé que para ti no lo es, pues eso quería contarte. Sobre todo para que lo vuelvas a pensar y dejes de disgustarte o castigarte por pérdidas nimias, emplear grandes cantidades de tiempo y otros recursos (económicos) en dilemas cuyas opciones difieren en cantidades irrelevantes, etcétera.

Me parece oír un zumbido de protestas: «Es que euro a euro al final es un montón, es que yo disfruto haciendo cosas en lugar de comprarlas». Bla, bla... Sin embargo, fíjate, son dos argumentos distintos. El primero apela a que al final el montante es muy alto, bueno, calcúlalo, porque lo que te estoy contando es que no es cierto que sea así en muchos casos. El segundo es un asunto de gustito, y ahí no tengo problema. Pero si te da gustito comprarte la madera y hacerte tú la mesa, no me digas que es por ahorrar.

16
Sorteos por letra del apellido

Cuando para un puesto hay más solicitantes que plazas, necesitamos un criterio, una forma de decidir a quién vamos a coger y a quién vamos a dejar fuera. Puede ser por orden de llegada, por calificaciones, por ingresos económicos, etcétera. En muchas ocasiones, solo se plantean unos requisitos que, al cumplirlos todos los solicitantes, hacen que sea necesario buscar algo más. Y aquí entran los tristemente famosos sorteos por letra del apellido.

Resulta que solicito una plaza para la guardería, o para la piscina, o para la escuela de idiomas, o el instituto, horarios preferentes para clases de la universidad, etcétera. En algún sitio «oficial», como el Boletín Oficial o un comunicado de alguna autoridad dicen con voz cavernosa: «La M». Pues nada, todo el mundo se queda contento, nadie siente que haya posibilidad de que le hayan «robado la cartera» trampeando una letra que parece muy inocente.

Pensemos por un momento en otros sorteos, en rifas o cosas así, cuando tienes un número o un boleto por el que has pagado un dinero. ¿Te parecería bien que por el mismo dinero unos boletos tuvieran más probabilidades de salir que otros? ¿Te parecería bien no tener ninguna posibilidad de salir?

Volvamos a nuestros sorteos por letra. ¿Crees que hay las mismas personas cuyo apellido empieza por F, que personas cuyo apellido empieza por X? ¿Por Y?

Si no hay mucha gente en la W, X, Y o Z eso supone que gente de la A saldrá cuando salga la A, y cuando salgan las otras cuatro letras anteriores, porque irán cogiendo gente y pasarán a la siguiente letra. Así que tienen cinco veces más probabilidades que tú.

¿Suficiente? ¿No? Mira este caso. Sorteamos ocho plazas y tú eres el noveno de la G. ¿Te das cuenta de que jamás te va a tocar? ¿Ni siquiera si sale tu propia letra? ¿Te parece bien participar en un sorteo en el que no tienes ninguna probabilidad de salir?

En esta tabla tienes un ejemplo de distribución de apellidos según letra en España en un año en particular, 2011, tomado del blog «Un dato vale más que mil palabras», que a su vez los ha tomado del Instituto Nacional de Estadística:

	% sobre el total	
	2 [illegible]	
	2 [illegible]	
	3 [illegible]	
	1 [illegible]	
	78 [illegible]	

	1 [illegible]	
	4 [illegible]	
	9 [illegible]	
	4 [illegible]	
	7 [illegible]	
	5 [illegible]	
	2 [illegible]	
	5 [illegible]	
	6 [illegible]	
	8 [illegible]	
	3 [illegible]	
	1 [illegible]	
	3 [illegible]	
	3 [illegible]	
	1 [illegible]	
	1 [illegible]	
	1 [illegible]	
	4 [illegible]	
	1 [illegible]	
	9 [illegible]	
	2 [illegible]	
	4 [illegible]	

Podéis ver también aquí:

http://undatovalemas.blogspot.com.es/2012/06/los-sorteos-por-letra-del-apellido-son.html

Como podrás comprobar, hay algunos «tapones». No parece que Núñez sea un apellido muy ventajoso. Estás de los últimos de tu letra, tienes el montón de la gente de la M delante de ti. En fin, es tan fácil de entender que lo llamativo es que en las leyes del estado se escriba este procedimiento incumpliendo el principio constitucional de igualdad y unas cuantas leyes matemáticas…

Esto tiene un arreglo más que sencillo. Dar números a los solicitantes y sortear por número. Y si no quieres que salgan «solicitantes consecutivos» (que pueden ser miembros de una misma familia o amigos), entonces entrega números al azar en lugar de por orden de llegada.

17
¿Qué es más importante y cuánto tiempo le dedicamos?*

Imagina que soy un profesor y que tengo que impartir una materia. En esa materia hay distintos temas o contenidos que quiero contar.

Tengo que pensar estas tres cosas:

–¿Qué importancia tiene este contenido en el curso como conjunto?

–¿Cuánto tiempo voy a dedicarle?

–¿Cuál va a ser su peso en la nota final?

No cuesta ver que estas tres cosas deben estar proporcionadas. No está bien dedicar un tiempo excesivo a algo que no tiene mucha relevancia en el curso, ni que algo que es muy relevante no tenga peso en la nota final, o bien que no se le dedique una buena parte del tiempo.

Os dejo como ejercicio que veáis si hacéis eso en las clases que impartís o bien si eso es así en las que recibís.

¿Tenéis personal a vuestro cargo en el trabajo? ¿Hacéis un reparto de tareas que también cumpla proporcionalidad entre importancia-tiempo-compensación? Os sorprenderán los resultados y veréis maneras sencillas de modificar vuestros repartos para que sean más justos. Y, más que eso aún, quizá queráis tomar vuestras futuras decisiones pensando en esto.

Por ejemplo, ¿por qué nos enfadamos los profesores cuando un estudiante deja sin hacer un trabajo que le llevaría mucho tiempo y no tiene influencia casi en la nota final? ¿Por qué perdemos mucho tiempo de la jornada laboral en asuntos de importancia menor y luego hay que hacer lo importante a toda velocidad porque es eso lo que me exigirán y por lo que me evaluarán?

Como a ninguno nos sobra tiempo ni energías, es interesante hacer un repaso de cómo de efectivas son nuestras acciones en los distintos entornos académicos o laborales. Y, si queréis, un paso más. ¿Podríamos hacer lo mismo en otros aspectos de nuestras vidas: amistades, familia, aficiones…? ¿Es el tiempo que dedico a algo (actividad o personas) proporcional a su importancia en mi vida, me rinde frutos proporcionales a lo que invierto en esfuerzo y cariño? Ale, ya tienes deberes.

* Esta idea está tomada de la tesis de mi hermana M.ª Carmen Fernández Panadero.
http://e-archivo.uc3m.es/handle/10016/11386

18
¿Podemos deducir las dimensiones de un DIN A4?

Ya medimos el grosor de un folio, pero también podemos calcular su largo y ancho si sabemos cómo está diseñado. Los folios que usamos más frecuentemente se llaman din a4, como ya hemos dicho. din hace referencia a la normativa donde se especifican sus dimensiones, «a» nos dice qué serie es y 4 qué posición ocupa en la serie. Hay otras series, din b, din c, por si queréis consultar.

El din a0 es un papel que tiene 1 m2 de superficie. Así que si multiplicamos su largo por su ancho nos tiene que dar 1. No obstante no es un cuadrado, si no cada lado mediría un metro; la superficie, 1 m2, y todos para casa.

El siguiente papel de la serie es el din a1 que sale de cortar por la mitad el lado más largo del din a0. El din a2 lo obtenemos cortando por la mitad el lado más largo del a1, etcétera. Bien, la proporción entre largo y ancho está elegida de forma que es igual para todos los papeles de la serie. Así cada vez que cortemos, el trozo sobrante también será un tamaño estándar y no será un pedazo a desechar.

Veamos a qué nos lleva esto.

Si las dimensiones del a0 son:

Largo= x

Ancho= y

Las dimensiones del a1 serán (lo obtenemos cortando a la mitad el lado largo):

Largo = y

$$\text{Ancho} = \frac{x}{2}$$

Si decimos que la proporción entre los lados del a0 y del a1 tienen que ser la misma, eso quiere decir que:

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{\left(\frac{x}{2}\right)}$$

Parece mucho lío, pero recordad que si dos fracciones son iguales como 6/2 y 9/3 también salen iguales los «productos cruzados» $6 \cdot 3$ y $2 \cdot 9$.

En nuestro caso:

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{\left(\frac{x}{2}\right)}$$

Es equivalente a:

$$\frac{x^2}{2} = y^2$$

Si recordamos que el área era 1 m2, y que por lo tanto x · y =1, podemos decir por lo tanto que y = 1 / x, y sustituir la y en la ecuación anterior:

$$\frac{x^2}{2} = \frac{1}{x^2}$$

De nuevo haciendo «productos cruzados»:

x4= 2

Eso significa que x será la raíz cuarta de 2 (raíz cuadrada de la raíz cuadrada de 2). Un número que al multiplicarlo por sí mismo cuatro veces nos dé 2. Si lo haces con la calculadora te saldrá: 1,189 metros y ese es efectivamente el lado mayor de un din a0. El lado menor lo podemos calcular ya fácilmente, recuerda que el producto de x por y daba uno, así que:

$$y = \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{1}{1{,}189}$$

$$y = 0{,}841 \text{ m}$$

Ahora resulta sencillo hacer una tabla de medidas, cortando por la mitad el lado más largo a la hora de obtener el siguiente formato. Antes ya usamos las dimensiones del a4 para otro experimento, pero ahora las hemos calculado por nosotros mismos.

Formato	x mm
A0	841 × 1189
A1	594 × 841
A2	420 × 594
A3	297 × 420
A4	210 × 297
A5	148 × 210
A6	105 × 148
A7	74 × 105
A8	52 × 74
A9	37 × 52
A10	26 × 37

19
Problema del viajante, o cómo hacer que la Naturaleza me haga el trabajo

El problema del viajante es muy conocido porque su aparente simplicidad esconde una enorme dificultad. Su planteamiento es sencillo: dadas varias ciudades y sus posiciones, calcular la trayectoria más corta que pasa por todas ellas una sola vez y vuelve al principio. Igual te parece fácil. No pasa nada. Hay un millón de dólares para ti. Luego te cuento.

Con pocas ciudades se puede resolver, pero, según aumentamos el número de ciudades, el problema se convierte en algo que necesitaría una cantidad de tiempo y de cálculo tan grande para resolverlo que lo hace inmanejable (no polinómico, dicen los expertos).

No todos los problemas del mundo son así, los hay que al aumentar sus variables no aumentan tanto su dificultad de resolución, gracias a Dios. Esto, aunque lo he dicho simplificando mucho, es lo que se llama la distinción entre los problemas P y los NP.

Hay una vieja cuestión abierta sobre si en realidad los problemas NP («los que *ni padre* los resuelve», broma) son en realidad en el fondo problemas P y pueden encontrarse atajos para resolverlos.

Como ya te dije, si a ti te parece fácil, puedes demostrar que P = NP y recoger tu millón de dólares en la siguiente dirección, porque es uno de los Problemas del Milenio:

http://www.claymath.org/millennium-problems/p-vs-np-problem

De todas formas no sé si recomendártelo, ya que en problemas NP se basan cosas muy gordas como todos los sistemas de seguridad de este mundo nuestro. Por ejemplo, descomponer un número en sus factores primos es uno de esos problemas NP en los que se fundamenta la criptografía. «Pero si todos lo hemos hecho en el cole», pensarás: $10 = 2 \cdot 5$ o $12 = 22 \cdot 3$. Ya, chupi, pero cuando el número es muy grande, nos lleva una descomunal potencia de cálculo y muchísimo tiempo resolverlo. Así que es NP. Si alguien consigue descubrir que este problema es P, en lugar de NP, se va a liar parda, o quizá desaparezca misteriosamente, porque se va a la porra toda la seguridad actual: bancos, militares, gobiernos.

Este que os escribe no da para tanto (por eso tiene que seguir escribiendo), sin embargo sí que podemos encontrar la solución al problema del viajante usando agua y jabón, bueno, *alguna solución*.

En nuestros juegos con pompas de jabón, hemos visto que se formaba una superficie que quedaba tirante, tensa, que se adaptaba a lo que tocaba o se quedaba separada formando una esfera. La cuestión es que se llegaba a la superficie mínima que pudiera contener el aire que tenía dentro. Si ponemos capas de jabón entre alambres, se forman superficies muy curiosas, que de nuevo son superficies mínimas entre esos objetos. Ya lo vimos en mi libro anterior *Experimentos para entender el mundo* donde hicimos una burbuja cúbica:

https://www.youtube.com/watch?v=rigxwU9jVdU

Esa búsqueda del mínimo se hace porque la tensión superficial de capa jabonosa «tira» para hacerla menor. Podríamos usar esa propiedad natural para resolver nuestro problema. Requiere un pelín de bricolaje.

Necesitas dos láminas de plástico rígido transparente.

Pequeños cilindros, u otros elementos para hacer las «ciudades».

Agua y jabón. Hay muchas recetas para «superburbujas», en general incluyen glicerina o azúcar en distintas proporciones. Busca en la red y prueba, las proporciones concretas dependen del tipo de jabón, así que será mejor que pruebes cuál te va mejor.

Ponemos las dos láminas una sobre otra dejando un espacio en medio donde pondremos los cilindros que representarán las ciudades. Cuando lo metamos en el agua jabonosa y lo saquemos se formarán láminas planas de jabón entre los cilindros que, vistas desde arriba, parecerán líneas que unen nuestras ciudades, y ese será el camino mínimo. O mejor dicho, un mínimo local.

Cuando digo mínimo local, me refiero a que es mejor que caminos «parecidos» a él, pero podría haber otros bastante diferentes que fueran mejores.

Para entender esto de los mínimos locales, imagina una región llena de pequeñas colinas y valles, «bultos y agujeros». Cuando uno está en un valle,

sabe que está por debajo de sus alrededores, pero no sabe si es el lugar más profundo de toda la región. De la misma forma, ese método nos da una solución que es un mínimo local, una «buena solución», mejor que pequeñas variaciones de ella, pero no tenemos forma de saber si hay otras parecidas u otra mejor aún, o bien si da la casualidad de que es la óptima.

Lo que no deja de ser llamativo es poder usar las leyes de la Naturaleza para que hagan las cuentas por nosotros.

Para los lectores más avanzados os dejo otro fenómeno fascinante en este sentido: Las lentes convergentes no concentran la luz en un punto, sino que hacen la Transformada de Fourier (salvo factor de fase) lo que puede usarse en tratamiento óptico de la información.

20
Loterías y probabilidad

El estudio de la probabilidad se desarrolló mucho al calor de los juegos de azar: cartas, dados y demás. Por ejemplo, si tiro un dado, ¿es más probable que salga un cinco o que salga par? Seguro que estás conmigo en que es más probable que salga par, hay tres maneras de que salga par (2, 4 y 6) y una sola de salir 5.

De acuerdo, pero, ¿debería aceptar la siguiente apuesta que me ofrecen? Si sale 5 te pago 2 € y si sale par me pagas tú uno a mí. O mejor, ¿la acepto pero cambiando los términos? O, ¿es quizá una apuesta igualitaria y tengo las mismas probabilidades de ganar que de perder?

Hay dos maneras de enfrentarse a este juego:

1. Hacer solo un intento. En este caso la opción más probable no me garantiza la victoria, aunque mejora mis expectativas.

2. Hacer muchos intentos. En este caso, si el número es suficientemente grande, la opción más probable será la que gane a la larga.

Sé que la primera opción confunde mucho a la gente y oímos cosas como: «Vale, esto es muy poco probable, pero ¿y si ocurre?». O bien: «El avión es un medio de transporte muy seguro, pero ¿y si hoy es mi día? ¿Y si es el día del piloto?».

Sé también que las decisiones se suelen tomar una sola vez y que no podemos hacer repeticiones, así que aunque maximicemos las probabilidades a nuestro favor, no estamos exentos de que ocurra ese suceso improbable.

La cuestión es que cuando algo es altamente improbable, muy improbable, mucho mucho, lo que pasa es que, simplemente, no ocurre.

Sabes que el aire está formado por moléculas y partículas que se mueven de acá para allá a toda pastilla y en todas direcciones. ¿Es imposible que de repente se dirijan todas a una esquina de la habitación? No, imposible no. Pero la probabilidad de que ocurra es tan baja, que no ocurre nunca.

En todo caso, como decidir es jugársela a que esa opción que tomamos nos dará buenos resultados, entiendo que todos preferimos jugar a la lotería con diez números en lugar de con uno. No insisto más.

Si volvemos a nuestro juego de dados (y el dado no está trucado), podemos calcular las probabilidades con la vieja fórmula: casos favorables/casos posibles.

Para el número 5 tendremos 1 / 6 = 0,17 aprox. (17%).

Para el suceso «ser par» tendremos 3 / 6 = 0,5 (50%).

Es tres veces más probable que salga par a que salga un cinco. Así que si

yo te pago 2 cuando sale tu 5 y tú me pagas 1 cuando sale par vas a palmar. No es un juego justo. En promedio, de cada seis tiradas tú me pagas 3 € y yo te pago dos, así que me saco 1 € limpio.

Digo en promedio. Si vamos a tirar una vez solo, elijo también los pares, pero si vamos a jugar seis mil veces, ahí te puedo decir que más o menos te voy a soplar 1000 € (1 € cada seis tiradas, o 17 céntimos por tirada, aproximadamente). Con afán de aprender y solo con afán de aprender, probadlo con la familia o amigos. Probad también otros juegos. Por ejemplo, ¿qué es más fácil en una baraja, sacar una figura o sacar una carta de copas? ¿Cuánto más? ¿Cuál sería la apuesta igualitaria?

Volvamos a la lotería.

¿Cuántos premios hay? ¿Cuántos números he comprado? ¿Cuántos números hay en total?

Podríamos hacer el caso sencillo (mirar solo que nos toque el gordo) o si queréis hacerlo con más detalle, habría que calcular el «beneficio esperado» multiplicando cada probabilidad de que te toque un premio por su cuantía y restándole a eso lo que has pagado por tu boleto. Por ejemplo, veamos un juego sencillo con un dado:

Para jugar tienes que pagar 10 €. Si sale cinco cobras 12 €.

Si sale par cobras 10 €.

En promedio:

De cada seis tiradas, pagas 60 €.

Ganas 12 € cuando salga un 5.

Ganas 10 € cuando salgan 2, 4 o 6 (30 € en total).

Así que pagas 60 € y cobras 42 €. Pierdes 18 €.

Si lo ponemos por euro (18/60) podemos decir que pierdes 0,30 € por euro jugado.

Es un timo.

Ya, pero si me sale el 5 gano 2 €.

Ya, pero lo más probable es que no ocurra…

Y si juegas muchas veces perderás seguro.

Y si jugáis muchas personas, me haréis rico. Luego sacaré por la tele al que le haya salido el 5 descorchando champán y así os animo a seguir jugando.

Si queréis leer las mismas cuentas con la lotería de Navidad en España podéis verlo en este enlace del genial Tito Eliatron:

http://naukas.com/2010/12/17/loteria-la-esperanza-no-es-lo-ultimo-y-ademas-se-pierde/

Os resumo las conclusiones:

La probabilidad de que te quedes igual o ganes algo es de 15,7%.

La probabilidad de que realmente ganes algo (quitando los reintegros) es de 5,7%.

Y la esperanza (la ganancia esperada) es, curiosamente como en nuestro juego, -0,30 €.

Así que palmarás en promedio 30 céntimos por euro que juegues.

Resumimos con una frase cuyo origen no es seguro, pero su significado sí. *La lotería es un impuesto voluntario para gente que no sabe matemáticas*. Otra cosa es, como también decía Tito, que yo compre en mi insti porque no podría resistir que les tocase a todos menos a mí. Pero eso no es por matemáticas; eso es por salud mental. La cantidad de números y los premios varían de año en año, pero aproximadamente son muy similares a lo visto.

21
Más probabilidad, lotería y ADN

Volviendo a nuestro ejemplo de la lotería de Navidad en España. Premios así, «buenos buenos», hay como trece: el gordo, el segundo, el tercero, dos cuartos y ocho quintos premios. La probabilidad de que te toque algo chulo comprando un número (hay 100 000 números) es de 13/100 000 = 0,00013. En tanto por ciento tampoco mejora mucho a la vista: 0,013%. Así sabemos que es pequeño, pero igual te suena mejor así, 1,3 veces de cada 10 000. O mejor, sabemos que NO te va a tocar al 99,987%, vamos te redondeo al 99,99%.

¿A que así sí que te fastidia?

Por cierto, acabo de mirar una página de análisis de paternidad y pone que son *guays* y que te dan una fiabilidad del… ¿adivinas? Efectivamente, el 99,99%.

Imagina lector, un papá que se va a hacer unos análisis de paternidad y le dicen que el hijo no es suyo con un 99,99% de fiabilidad, pero que esté tranquilo, que igual sí que lo es. O bien, si le dicen que el hijo sí es suyo, que le diga al juez que no, que puede que no lo sea. A ver qué tal le va con eso.

Y, más… ¿Qué pasa cuando pensamos en dos sucesos consecutivos? Por ejemplo, ¿cuál es la probabilidad de tirar una moneda y sacar cara, y volverla a tirar y sacar cara? Podemos hacerlo como siempre, casos favorables entre posibles:

Casos favorables (1) cara-cara

Casos posibles (4) cara-cara cara-cruz cruz-cara cruz-cruz

Así que la probabilidad es 1/4, un 25%.

Hay otra manera de calcularlo.

Cuando nos preguntamos por dos sucesos independientes consecutivos, la manera de calcularlo es multiplicar las probabilidades de cada suceso. En nuestro caso la probabilidad de sacar cara es 1/2, así que la probabilidad de sacar dos caras es de $1/2 \cdot 1/2 = 1/4$ como ya hemos visto.

¿Te imaginas cuál es la probabilidad de que te toque la lotería varios años seguidos? Tendríamos que multiplicar esos números tan pequeños entre sí una y otra vez…

Pues mira, a un «político» español le ha tocado 10 veces en 12 años.

Me gustaría saber cuántos números jugaba y después que me dijeran, ¿cómo pueden condenarte o absolverte con una prueba de ADN y por qué un hecho tan improbable como este no se considera una prueba matemática de un delito, de forma inmediata?

22
¿Dónde estoy?
Midiendo nuestra latitud y longitud

¿Podemos saber dónde estamos sin usar un GPS? En los mapas habréis visto unas líneas, los meridianos y paralelos, que forman parte de un sistema de coordenadas para localizar nuestra posición sobre la superficie de la Tierra: latitud y longitud.

La Tierra es aproximadamente una esfera, así que en principio tenemos un problema para empezar a medir, porque no hay un «borde» donde poner el cero y empezar a contar. Sin embargo, la Tierra gira en torno a sí misma, lo que hace que perdamos el Sol de vista en cada vuelta durante unas horas y tengamos así el día y la noche.

En una esfera que gira sí que hay sitios especiales para empezar a contar. Tenemos los puntos que no se desplazan, los polos, por donde pasa el eje imaginario en torno al que gira. Y tenemos también la circunferencia donde más rápido se gira: el ecuador. Ya podemos definir una de las coordenadas, la latitud. Se trata de qué ángulo subes o bajas respecto del ecuador.

No obstante «subes y bajas» implica el concepto de arriba y abajo, cosa que en el espacio no existe. No hay nada que tire hacia abajo, los objetos masivos te atraen hacia su centro, no hacia un «abajo» genérico. Los australianos no están cabeza abajo, ni nosotros tampoco. Todos tenemos los pies sobre la superficie apuntando hacia el centro de la Tierra. Así que la elección norte o sur es arbitraria. Pero no pasa nada, la hacemos y listo. El norte es hacia Europa y el sur hacia Australia. Contamos hasta $90^{\mathbf{0}}$ de latitud norte y hasta $90^{\mathbf{0}}$ de latitud sur, para llegar a cada polo.

¿Se puede medir nuestra latitud de una manera sencilla? Sí, desde hace muchos siglos, sabemos hacerlo. Yo os voy a proponer un dispositivo muy simple.

Lo primero que podéis hacer es mirar al cielo.

El Sol se mueve y la Luna también, aparentemente. En realidad aquí nos movemos todos y el movimiento solo tiene sentido de forma relativa. El Sol se mueve respecto a nosotros o si queréis nosotros respecto al Sol.

Si miráis al cielo por la noche veréis que, salvo los planetas, cometas, la Luna, satélites, la ISS y demás, las estrellas parecen mantener su posición unas respecto de otras. Así que podemos elegir entre pensar que son ellas las que se mueven como un todo, o bien somos nosotros los que giramos. Sin embargo, las estrellas no pasan delante de nuestros ojos como si fuera un cartel que se desplaza horizontalmente, el cielo parece girar. Y el giro implica que hay un

centro de giro.

Hay una zona del cielo que no se mueve, que está siempre en la misma dirección, formando el mismo ángulo de elevación sobre el suelo.

Como aquí no estamos para creer, sino para medir, vamos a comentar algunas formas de comprobar este hecho, que es un poco lento para apreciarlo si no le dedicamos un rato.

Pon un plástico o un papel que sea bastante transparente en una ventana y ve pintando la posición de las estrellas cada poco tiempo. Se irán dibujando líneas curvas y si tu ventana apunta al norte en el hemisferio norte, o al sur, en el hemisferio sur, localizarás el centro de giro.

Con una técnica llamada *time lapse*, que consiste en tomar fotografías cada poco tiempo y luego ponerlas todas seguidas formando un vídeo, podéis ver el movimiento y localizar también el centro.

O si dejáis un tiempo muy alto de exposición en una cámara, las estrellas os irán dibujando líneas de luz.

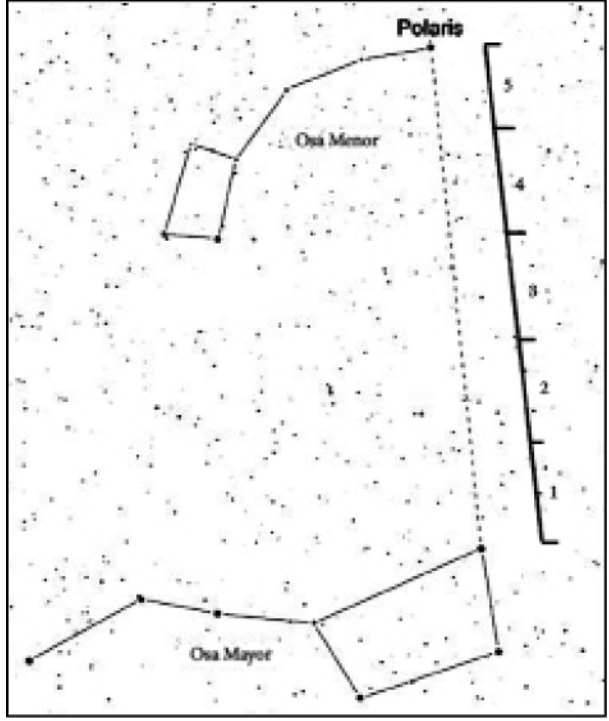
Una vez que tenéis claro dónde está el centro notaréis que hay una estrella justo ahí (insistimos, si estáis en el hemisferio norte). A esta estrella se la llama la Estrella Polar. En el hemisferio sur no tienen esa suerte.

¿Por qué no gira el cielo con el centro justo sobre nuestra cabeza? Sencillo, porque no estamos en el Polo Norte o en el Polo Sur. Pensemos primero que estamos en el hemisferio norte, el eje de la Tierra apunta hacia la Estrella Polar. Si me sitúo en el polo, tendré la estrella justo sobre mi cabeza y la veré con una elevación de $90^{\mathbf{0}}$ sobre el horizonte, en el mismo cénit. Si voy andando hacia el ecuador iré notando cómo cada vez la veo más «abajo», con menor elevación sobre el horizonte. Cuando llegue al ecuador la veré justo sobre el horizonte, y si sigo bajando la perderé de vista.

Así que, como definimos la latitud como la distancia en grados desde donde estamos hasta el ecuador, podéis ver que coincide con lo que la Estrella Polar se eleva sobre el horizonte.

Bien, es de noche y queremos medir nuestra latitud. Lo primero sería localizar la Estrella Polar. Hay una técnica sencilla tomando como referencia la Osa Mayor que es una constelación bien conocida.

Como veis en la ilustración, prolongando cinco veces ese segmento, encontramos la Polar en la cola de la Osa Menor:



Ahora habría que construir un aparato sencillo para poder medir ese ángulo. Haremos una versión casera de un cuadrante. Necesitaremos un semicírculo graduado, un hilo, un peso (tuerca), una pajita, celo y tijeras.

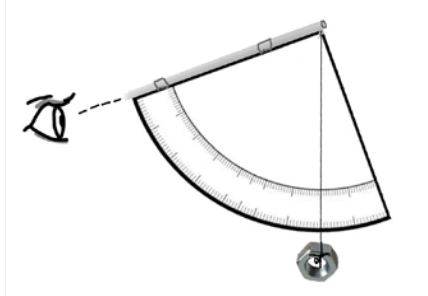
Atamos el peso al hilo, esto nos hará de plomada (nos indicará la dirección vertical).

Pegamos la pajita al semicírculo de forma que esté alineada con la línea $0^{\mathbf{0}}$-$180^{\mathbf{0}}$.

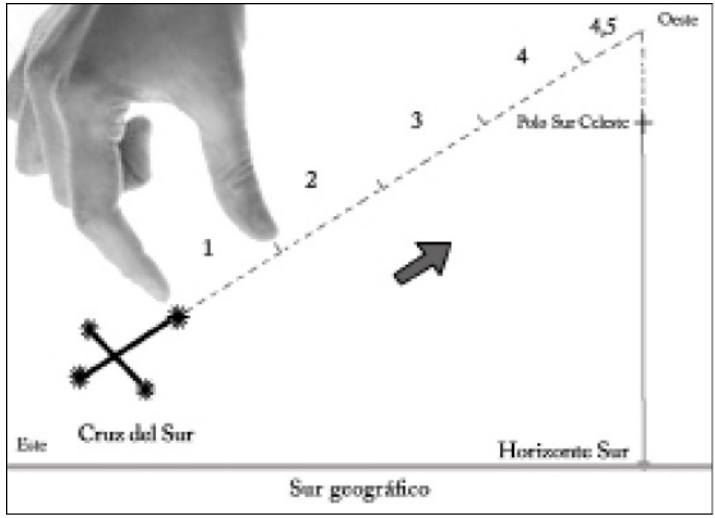
En el agujero del centro, atamos el hilo con el peso.

Ahora basta con mirar a la Polar, a través de la pajita y leer el ángulo que se desvía el hilo de la vertical. Cuidado, que en la vertical en el semicírculo, el número es $90^{\mathbf{0}}$, tenéis que restar el número que leáis de $90^{\mathbf{0}}$ o al revés (si es mayor que $90^{\mathbf{0}}$) para saber el ángulo con la vertical.

Ese será el ángulo que se eleva la Polar y esa será nuestra latitud:



En el hemisferio sur no hay una estrella tan bien colocada, pero podemos usar una constelación llamada Cruz del Sur. Una vez identificada, prolongamos cuatro veces y media la longitud de su eje mayor y ese punto será el Polo Sur celeste. Ahora podemos usar de nuevo nuestro cuadrante para medir su elevación. Aquí vamos a tener más problemas para ser precisos.



Ahora tocaría medir la otra coordenada sobre la superficie de la Tierra, la longitud. Para la longitud no hay un lugar privilegiado que podamos usar como cero. El punto cero se ha elegido arbitrariamente y es el meridiano que pasa por la ciudad de Greenwich. A partir de ahí, consideramos longitud este u oeste. Los meridianos son las líneas que unen los polos.

El problema de medir la longitud está asociado al problema de medir el paso del tiempo con precisión y su historia es fascinante. Aquí podéis leer algunos de esos episodios, contados por el genial Sergio L. Palacios:

http://eltercerprecog.blogspot.com.es/2013/09/un-genio-solitario-y-cinco-relojes-1.html/

Hoy en día es sencillo. Usamos nuestros relojes.

Esperamos a que el Sol esté en el punto más alto. Como no queremos mirarlo directamente para que no se nos frían las retinas, podemos mirar la sombra de un palito vertical y elegir el momento en el que sea menor. Ese será nuestro mediodía, pero en Greenwich habrá sido mediodía antes o después. Si sabes la hora oficial de tu país que se expresa como GMT +1 por ejemplo (hora de Greenwich más una), puedes calcular cuánto se retrasa o adelanta el mediodía en donde estés respecto de Greenwich.

Por ejemplo, si mi hora oficial es GMT -5 (estamos al oeste) y el Sol está en el punto más alto a las 12:32 hora local. Eso significa que mi desfase con Greenwich es 5 horas y 32 minutos, si lo ponemos con decimales 32 minutos / 60 minutos = 0,53 horas (poco más de media hora más) nos saldría 5,53 horas.

Como la Tierra da una vuelta aproximadamente en 24 horas, eso quiere decir que recorre 360^{0} en ese tiempo, lo que equivale a 15^{0} por hora.

Pues ya solo cabe hacer esa equivalencia entre horas y grados: $5{,}53 \cdot 15 = 83^{0}$ aproximadamente, y como es de retraso, es hacia el oeste.

Si el punto más alto se diera a las 11:32, restaríamos esa media hora de las 5 horas del uso horario, quedando 4 horas y 28 minutos.

Hoy en día se usa UTC basado en relojes atómicos en lugar de GMT basado en el día solar. Hay ligeras discrepancias que se ajustan con segundos intercalares. Aquí puedes leer más:

https://lacienciaparatodos.wordpress.com/2009/01/04/el-segundo-de-mas-del-2008/

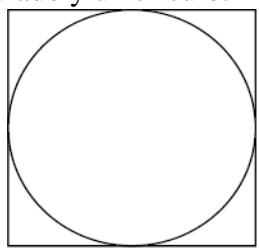
En realidad el mediodía solar no coincide exactamente con el mediodía, debido a que la Tierra lleva velocidades distintas en las distintas partes de su trayectoria elíptica alrededor del Sol y a la inclinación del eje. Puede haber una fluctuación de casi un cuarto de hora arriba y abajo, lo que resta precisión a nuestro método, a no ser que tengas una tabla con esas variaciones y puedas corregir la medida.

Los interesados en estos detalles pueden empezar por la página de la Wikipedia (buscad «Ecuación del tiempo») y seguir el rastro de términos como «analema».

23
Usando el azar para medir

El azar y los números aleatorios se usan también para tomar medidas. Hagámoslo nosotros: midamos π.

Dibuja en una hoja un cuadrado y un círculo. Por ejemplo así:



Ahora nuestra diversión será arrojar cosas sobre la hoja: arroz, lentejas, gotas de lluvia… tú mismo. Ten cuidado al lanzar las cosas al azar, no eches demasiado por el centro o por los lados. Debe ser al azar.

Si los objetos son grandes (gotas de lluvia), luego los contaremos, si no (granos de arroz, sal), podemos pesarlos.

Ahora nos preguntamos, ¿cuál es la probabilidad de que un objeto caiga dentro del círculo? Parece claro pensar que cuanta más superficie tenga la figura, más cosas caerán dentro. De forma que la proporción de cosas que ha caído en el círculo respecto de las que han caído dentro del cuadrado completo, será como la proporción entre las superficies de ambas figuras.

Pues hala, a tirar cosas.

La superficie del cuadrado es, como quizá recordéis, el lado al cuadrado.

La superficie del círculo es $\pi \cdot R2$.

Si hacemos el cuadrado de 20 cm, la superficie del cuadrado será:

$S = L2$

$S = 202$

$S = 400$ cm2

La superficie del círculo:

$S = \pi \cdot R2$

$S = \pi \cdot 102$ (el radio es la mitad del lado del cuadrado).

$S = \pi \cdot 100$ cm2 o mejor escrito $100 \cdot \pi$

(Dejamos π sin sustituir, porque es precisamente lo que queremos calcular).

Manos a la obra. Lancemos cosas y hagamos numeritos, que es lo que nos gusta:

Número de impactos sobre el círculo:	
Número de impactos sobre el cuadrado:	

Y como las dos proporciones tienen que ser iguales diremos que:

$$\frac{\text{Impactos en círculo}}{\text{Impactos en cuadrado}} = 100 \cdot \frac{\pi}{400}$$

$$\frac{\text{Impactos en círculo}}{\text{Impactos en cuadrado}} = \frac{\pi}{4}$$

Por lo tanto una aproximación para π será cuatro veces el cociente del número de impactos. Será mejor cuanto mayor sea el número de impactos.

Puede ser que haya cierto problema al arrojar «aleatoriamente» los objetos, al final el círculo está en el centro y es posible que tengamos tendencia a arrojar cosas en el medio. Cambia tu diseño y dibuja varios círculos en una cartulina grande. Así quizá consigas un patrón de lanzamientos más homogéneo y mejores resultados. También puedes unir cuadrados con círculos inscritos como el nuestro y la proporción se mantendría en $\pi / 4$.

Podéis ver una simulación en este post del amigo Pablo Rodríguez (alias @DonMostrenco):

http://fuga.naukas.com/2015/12/17/pi-con-gotas-de-lluvia-version-interactiva/

24
Ensayos a ciego y a doble ciego. ¿Qué bebida me gusta más?

«Que dice la vecina de mi abuela que ella, para el moquillo, se tomó raíz de conejo y que le fue muy bien…». Supongo que a la mayoría nos interesa una medicina algo más fundamentada en evidencias que esto, ¿verdad?

Probemos un medicamento en humanos. Ya supondrás que antes de llegar a esta etapa se hacen pruebas *in vitro* (en vidrio, en placas de laboratorio) y con animales. En todo caso, empecemos con un experimento mental.

Le damos el medicamento X a 100 voluntarios con la enfermedad Y. Se curan el 80%. ¿Conclusión? Va como un tiro. El medicamento X cura la enfermedad Y en un 80%. A empaquetar, que nos forramos.

Un momentico. Esto se llama no tener control y el control es imprescindible porque queda abierta la pregunta, ¿qué hubiera pasado si no les hubiésemos dado la medicina?

Bueno, entonces buscamos a 200 enfermos (gente con problemas siempre hay de sobra) y le damos el medicamento X a 100 y a los otros no les damos nada.

Porcentaje de curación en los tratados con medicamento: 80%.

Porcentaje de curación en los no tratados: 60%.

Vaya, esto ya es otra cosa. ¡Es que también se curan solos! Para ser más exactos, gracias a su sistema inmune y demás. Ahora ya no parece un medicamento tan bueno, pero incluso así, hay una diferencia estadística que parece hablar a favor del medicamento X.

Mira un momentito las caras de nuestros enfermos imaginarios. Curiosamente hay un grupo de unos cien con el ceño fruncido, precisamente a los que no les hemos dado nada, mientras que los que tratamos con el medicamento parecían alegres de haber recibido algo para lo suyo. ¿Podría ser que el hecho de saberse tratados tuviera algún efecto sobre la mejoría de la enfermedad o los síntomas? Sorprendentemente, sí.

Unas veces es simplemente una mejora temporal de los síntomas, pero en otros casos es verdadera mejoría de la enfermedad. Aunque los mecanismos no son claros, el hecho de sentirte tratado pone a tu cuerpo en una disposición más favorable. A esto lo llamamos efecto placebo.

Claro, pero entonces, no estamos analizando el medicamento X, sino el medicamento X con un poco de efecto placebo de «guarnición». Compensemos esto. ¿Y si les damos pastillas de azúcar a los que no les damos medicamento? Eso sí, sin decirles a ninguno de ellos quién recibe el

medicamento y quién caramelitos.

Más aún, parece ser que si el investigador sabe a quién le está dando qué cosa… también influye en los resultados de los ensayos. Por lo tanto, lo mejor es hacer un estudio a doble ciego. Ni el enfermo sabe lo que se toma, ni el investigador tampoco.

Por supuesto, en algún lugar, alguien debe apuntar los códigos de los botes y de los enfermos para al final desvelar quién tomó qué y poder averiguar si había una diferencia estadística relevante entre ambos grupos, el que tomaba el medicamento y el de control.

En nuestro ejemplo imaginario, como me lo he inventado, resulta que el ensayo a doble ciego arroja un 80% de curación en ambos grupos. Concluimos por lo tanto que el medicamento X no sirve, no vale, es un timo venderlo, porque no tiene un efecto significativamente mayor que un placebo. Léase, no es mejor que si tu madre te da un beso en la frente, y por eso no te cobra.

Nosotros no vamos a hacer experimentos reales con medicamentos ni enfermos, pero sí te diré que así se hacen en la vida real y que, mayoritariamente, las llamadas «pseudomedicinas» no han conseguido probar su eficacia más allá del placebo. Dicho en lenguaje llano: no te estás medicando. Mira qué sencillo, si hubieran probado su eficacia no serían «tratamientos alternativos», serían, simplemente, medicinas. Hay quien alega que son inocuas y que no es peligroso que las tomes. En eso tienen razón, su ingesta no te hará mal ni bien. El problema serio es que dejes de tomar medicinas de verdad y te mueras. No sería el primer caso. Lo que tienes que tener claro es que con esas prácticas dejas a tu cuerpo solo ante la enfermedad.

Pero no quiero que nos quedemos sin hacer un experimento a doble ciego. ¿Qué chocolate te gusta más? ¿Qué zumo? ¿Qué yogur? O, ¿qué refresco te gusta más? Elige el sabor que más te guste: naranja, limón, cola… y escoge refrescos diferentes y de diferentes marcas.

Para el doble ciego necesitamos tres sujetos: uno prepara los refrescos en vasos iguales (este es el único que sabe qué hay en cada uno), otro que se los presenta al catador y que no sabe qué hay en cada uno y, finalmente, el catador.

Que el catador tome sorbitos pequeños y que se enjuague la boca con agua entre cata y cata ayudará a que el proceso sea mejor. A pesar de esto el experimento tiene un sesgo. Cuando decimos sesgo nos referimos a una desviación del puro azar en lo estadístico, y en lo psicológico, a un juicio parcial o «desviado» debido a prejuicios, condicionamientos, memoria previa, etcétera. En nuestro caso, existe un sesgo ya que el catador conoce el sabor de alguna de ellas y posiblemente esté acostumbrado a la que más tome. Aun así, será sorprendente ver que puede que no sea la más cara, ni la más glamurosa,

ni la más conocida la que más le guste.

25
Caldo de… ¿pollo?

Quizá nunca os hayáis planteado cuánto pollo hay en una pastilla de caldo de pollo. Yo tampoco hasta que vi a alguien vegetariano echar una pastilla de esas al caldo. Ante mi sorpresa me dijo que prácticamente no llevan pollo. Como uno es como es, había que medir.

Id a por una pastilla. Cojo una, dice la caja que pesa 10 g. Dice la lista de ingredientes que la carne de pollo es el 1,2%. Después pone «grasa de pollo», que al estar después en la lista, debe estar en menor cantidad, si queréis le ponemos un 0,8% y así nos salen los números redondos. Así que digamos que en una pastilla hay un 2% de algo que una vez fue pollo.

El 2% de 10 g son:

$$10 \cdot \frac{2}{100} = 0,2 \text{ g}$$

Ese es todo el pollo que hay en una sopa hecha con una pastilla entera. Igual no te impresiona. Eso es anumerismo, pero nos estamos curando.

Hagámoslo al revés. ¿Cuántas pastillas de caldo de pollo se pueden hacer con un pollo de 2 kg, por ejemplo?

Pues si tengo 2000 gr y para cada pastilla solo necesito 0,2 g. Dividiendo…

$$\frac{2000}{0,2} = 10\,000 \text{ pastillas}$$

Con un pollo miserable de 2 kg, se hacen 10 000 pastillas de ¿pollo? Ahora sí, ¿impresionado?

Quizá te preguntes cuál es entonces el ingrediente principal de esa pastilla. Eso es algo que solo sabemos los que hemos ido a mirar a la caja. *Sal* a mirarlo y lo sabrás tú también.

26
Un termómetro con una pajita

Este es un curioso experimento que he visto por primera vez en el libro que cité antes de Rodney D. Edge, *String & Sticky Tape Experiments*, un libro estupendo.

Para medir la temperatura usamos un método indirecto, medimos cómo la temperatura afecta a otra propiedad de las sustancias, cómo se dilatan, por ejemplo. Es lo que hacemos en los tradicionales termómetros de mercurio. Aquí usaremos la dilatación de un gas, el aire, en lugar de un líquido, el mercurio.

Hay un modelo especialmente sencillo para los gases que llamamos «gas ideal». En este modelo consideramos las moléculas como puntos «sin tamaño» y que no interaccionan entre ellos. Sí, la primera vez que lo oí, también me pareció una barbaridad y que no podía representar bien a ningún gas, pero lo cierto es que se puede aplicar a una gran cantidad de situaciones con una aproximación bastante buena. Y eso distingue a un buen modelo, sencillo pero aplicable.

Las tres variables más importantes para caracterizar el estado de un gas son la presión, el volumen y la temperatura.

En este modelo se cumple que:

$$\frac{P \cdot V}{T} = \frac{P' \cdot V'}{T}$$

En dos estados distintos del gas, si multiplicas su presión por su volumen y lo divides por la temperatura te arroja el mismo resultado.

Podemos contarlo de otra manera que quizá te resulte más intuitiva. Imagina que consideramos una de las variables constante y la simplificamos, esto nos deja tres ecuaciones.

a) Temperatura constante:

$$P \cdot V = P \cdot V'$$

Esto quiere decir que a temperatura constante si la presión aumenta el volumen disminuye en la misma proporción. Razonable, ¿verdad?

b) Volumen constante:

$$\frac{P}{T} = \frac{P'}{T'}$$

Si el volumen se mantiene constante y aumentamos la temperatura, aumentará la presión en el gas proporcionalmente.

c) Presión constante:

$$\frac{V}{T} = \frac{V'}{T'}$$

A presión constante un aumento de la temperatura produce un aumento proporcional del volumen del gas.

A esta última ecuación se le llama la ley de Charles y es justo la que vamos a usar. Vamos allá.

Toma una pajita, dobla varias veces un extremo y ciérralo usando cinta adhesiva. Sumerge la pajita en agua por el extremo abierto, como está llena de aire no entra el agua, así que apretamos la pajita un poco, saldrán unas burbujas y entrará un poco de agua, unos cinco centímetros valdrán. Da la vuelta a la pajita, el agua queda arriba y el cierre abajo.

Tenemos un volumen de aire que está «tapado» por la pequeña columna de agua. La presión es constante, es la presión atmosférica que empuja al agua desde arriba. En cambio, el volumen puede variar porque suba o baje la columna de agua y la temperatura también es libre de variar. Así que podemos aplicar la ley de Charles.

Unas consideraciones previas:

a) Sobre la temperatura.

Nuestra escala de la temperatura, la Celsius, es arbitraria. Hemos escogido el cero de la escala donde nos ha dado la gana, en nuestro caso el punto de congelación del agua a la presión atmosférica (0 ^{0}C). El otro punto de referencia también es arbitrario, el punto de ebullición del agua a una atmósfera (100 ^{0}C). Pero la temperatura debe medirse desde su «cero» de verdad, el cero absoluto, un punto que está a -273,15 ^{0}C.

Como vamos a hacer proporción entre temperaturas, podríamos caer en el error de pensar que 28 ^{0}C son el doble que 14 ^{0}C, pero eso no es cierto… piensa si no, ¿cuál es la proporción entre 28 ^{0}C y 0 ^{0}C o entre 28 ^{0}C y -5 ^{0}C? La proporcionalidad no tiene sentido, expresadas así las temperaturas.

Por eso pondremos la temperatura en lo que se llama temperatura absoluta, es muy sencillo, simplemente hay que sumar la distancia que hay entre nuestro cero Celsius y el cero absoluto. Las unidades en esta escala se llaman *kelvins* y se escribe una K mayúscula:

28 ^{0}C serán 28 + 273,15 = 301, 15 K

14 ^{0}C serán 14 + 273,15 = 287, 15 K

Así que la proporción entre esas temperaturas es, en realidad:

$$\frac{301,15}{287,15} = 1,049 \text{ aproximadamente.}$$

28 ^{0}C es una temperatura un cinco por ciento mayor que 14 ^{0}C, teniendo en cuenta todo lo que ambas tienen por debajo hasta llegar al cero absoluto.

b) Sobre el volumen.

El volumen de gas encerrado en la pajita es, aproximadamente un cilindro. El volumen del cilindro es, el área de la base por la altura. Pero, fíjate que vamos a comparar volúmenes, vamos a dividir uno entre el otro.

Cuando sube un poco el nivel del agua, esos dos cilindros tienen la misa base, pero distinta altura, por lo tanto dividir volúmenes es tanto como dividir alturas. Veámoslo:

$$\frac{V}{V'} = \frac{\text{área de la base} \cdot h}{\text{área de la base} \cdot h'} = \frac{h}{h'}$$

Así que nuestra ley de Charles:

$$\frac{V}{T} = \frac{V'}{T'}$$

Que también podemos escribir así:

$$\frac{T}{T'} = \frac{V}{V'}$$

Se nos queda en:

$$\frac{T}{T'} = \frac{h}{h'}$$

Para ver si realmente funciona lo meteremos en dos recipientes junto con un termómetro y comprobaremos si se cumple la relación.

No olvides que la altura hay que medirla hasta la parte más baja de la columna de agua, porque lo que nos interesa es el volumen de aire, que termina ahí.

He preparado dos vasos de agua, uno con agua caliente y otro con agua con hielo. Meto la pajita lo más que puedo en el agua, tengo que dilatar todo el volumen de gas, podríais tener la tentación de meter solo la parte baja, como si fuera un termómetro de mercurio y sumergierais el bulbo, pero aquí es toda la columna de aire lo que nos interesa:

	Temperatura	Altura columna aire	
Agua templada	34 °C = 307 K	6,2 cm	
Agua fría	6 °C = 279 K	3,6 cm	

No ponemos decimales en los *kelvin*, las alturas las tenemos con tres cifras significativas, las temperaturas también.

Quizá te sorprenda que no cambiemos de unidades en la altura, pero no es necesario, arrojaría el mismo resultado. Por ejemplo, si lo ponemos en metros habría que dividir entre 100 ambas cifras, pero dividir (o multiplicar) por el mismo número arriba y abajo en una fracción no cambia el resultado. Es lo mismo 4/2 que 400/200.

Dividamos temperaturas y alturas:

$$\frac{307}{279} = 1{,}100 \text{ aproximadamente}$$

$$\frac{15{,}2}{13{,}6} = 1{,}118 \text{ aproximadamente}$$

Son números similares, difieren en menos de un 2%.

1,118/1,100 = 1,016 aproximadamente lo que equivale a un 102%.

Ya que lo tenemos calibrado podríais intentar medir la temperatura de tu cuerpo, de otro líquido, de la habitación, etcétera.

Puedes hacerlo, comparando con cualquiera de las temperaturas que hemos medido, por ejemplo, si mides 14,2 cm:

$$\frac{T}{T'} = \frac{h}{h'}$$

$$\frac{T}{279} = \frac{14{,}2}{13{,}6}$$

Por lo tanto:

$$T = 279 \cdot \frac{14{,}2}{13{,}6}$$

T = 291 K, lo que equivale a 18 ^{0}C.

Pero, fíjate que en realidad nos interesa el cociente 279/13,6 que es por lo que tenemos que multiplicar la altura que medimos para obtener la temperatura. Así que quizá sea mejor, usar directamente ese coeficiente. O mejor aún, podemos calcular la media entre los dos coeficientes que saldrían con las dos medidas que comprobamos antes:

$$\frac{279}{13{,}6} = 20{,}51$$

$$\frac{307}{15{,}2} = 20{,}20$$

Haciendo la media aritmética:

$$\frac{20{,}51 + 20{,}20}{2} = 20{,}36 \text{ aproximadamente}$$

Así que nos quedamos con la fórmula:

T = 20,36 · h

Pero mira ahora: comparemos estas tres fórmulas, con los dos coeficientes y su media, a ver qué resultado nos da para nuestra altura de 14,2 cm:

T = 20,51 · h T = 20,51 · 14,2 T = 291 K

T = 20,36 · h T = 20,36 · 14,2 T = 289 K

T = 20,20 · h T = 20,20 · 14,2 T = 287 K

Efectivamente las diferencias entre las temperaturas son pequeñas, dos o tres grados en trescientos está en el orden del 1%, pero claro, eso es en

temperaturas absolutas, qué ocurrirá si lo ponemos en grados Celsius. Restemos 273:

$T = 291$ K $t = T - 273$ $t = 18\ ^{0}C$

$T = 289$ K $t = T - 273$ $t = 16\ ^{0}C$

$T = 287$ K $t = T - 273$ $t = 14\ ^{0}C$

Vaya, ya no parece tan preciso, para nuestras cosas esas diferencias de algunos grados son significativas.

¿Qué habrá pasado? ¿Quizá alguna de las medidas no ha sido bien realizada? ¿Cómo saberlo? Midamos más parejas de valores, temperatura/ altura, y calculemos la media de esos coeficientes. Para evitar errores sistemáticos, marca primero todas las medidas y luego mídelas con la regla a la vez. Así tendrás una mejor estimación de este coeficiente.

Toma ahora un vaso de temperatura desconocida o deja la pajita en la habitación y mira a qué altura queda. Calcula la temperatura usando la fórmula con tu coeficiente medio. Mide ahora con el termómetro. ¿Qué tal? ¿Mejor ahora? ¿Qué error tienes?

La forma más correcta de hacerlo sería tomar varias medidas, como hemos dicho, y hacer un cálculo de regresión, tomando de allí el coeficiente que buscamos. Explicamos en qué consiste en el capítulo 42, aunque el detalle matemático escapa del alcance de este libro.

Por cierto, como cálculo extra. ¿Con cinco centímetros de columna de agua nos da para llegar hasta medir 100 ^{0}C?

Decir 100 ^{0}C es decir 373 K:

$T = 20{,}36 \cdot h$

Sustituyendo nuestra temperatura tendremos la altura:

$373 = 20{,}36 \cdot h$

Despejando:

$$h = \frac{373}{20{,}36}$$

$h = 18{,}3$ cm

Recuerda que a temperatura ambiente que es cuando llenamos la pajita hasta el borde, teníamos una distancia como de 14 o 15 cm. Por lo tanto el agua subirá (18,3-14,2) como cuatro centímetros y se saldrá, pero nos quedará, con suerte, casi 1 cm hasta los 5 que tenía la columna de agua.

27
Puntas y valles de demanda. Ahorro eléctrico

¿Crees que hay mucha gente que coma a las tres de la mañana? ¿O que estén llamando por teléfono a esa misma hora? ¿O conduciendo? Yo tampoco. Y, ¿por qué no? Sería tremendamente cómodo, nada de atascos, ni restaurantes llenos ni líneas telefónicas saturadas. ¿Por qué no hago eso? Porque no quiero, porque no me apetece, porque no me da la gana. Punto.

Soy el cliente, queridos míos, a mí me apetece lo que me apetece y cuando me apetece. Y sí, me levanto por la mañana, voy a comer a mediodía y así todo.

–Pues a mí me hace polvo –dice el del restaurante–. Toda la mañana sin hacer nada y a mediodía necesito a cinco camareros. Si vinieran poco a poco me bastaba con dos.

Fenomenal, sin embargo es que resulta que yo, cliente, estoy pensando en mis necesidades, no en las suyas.

Esto le genera puntas y valles de demanda. Le obliga a tener una instalación grande para asumir las puntas que después queda infrautilizada en los valles, en los períodos de menos consumo.

Pensad en cuando nos piden que «escalonemos» las salidas en vacaciones o en un puente, para que no llenemos las carreteras, o bien en que no mandemos mensajes de «feliz año nuevo» todos a la vez.

Tengo que confesar que, en ocasiones, me mosqueo un poco con estas cosas. ¿Qué pasa si «escalono» la salida y la llegada en un fin de semana? Pues que según salgo ya tengo que volver. ¿Realmente voy a llamar a mi madre el 15 de agosto para felicitarle el año nuevo, porque la red de telefonía no es lo suficientemente «ancha»? Otras veces me siento cívico y cedo un poco.

También puede ocurrir que los proveedores, además de quejarse, intenten influir al público para cambiar su perfil de consumo, de forma que saquen clientes de período pico y los lleven al periodo valle, con lo que conseguirían «aplanar» la curva de demanda y poder reducir el tamaño de su instalación.

Un buen ejemplo de esto son las tarifas que bonifican las llamadas de teléfono por la tarde, o las distintas tarifas eléctricas y su discriminación horaria. Ya queda a juicio del cliente hasta qué punto su necesidad o gusto de consumo en hora punta le compensa con su bonificación en hora valle.

Nuestro hogar también sufre de sus puntas y valles de actividad. Pensemos en ellos desde el punto de vista eléctrico, el número de aparatos que tenemos enchufados y su potencia.

La potencia es la cantidad de energía que se usa por segundo. Podríamos

decir, la velocidad con la que se está «gastando» la energía. Como sabéis la energía ni se crea ni se destruye, por lo tanto no se gasta. Se convierte en otras formas de energía. Por ejemplo, la energía eléctrica en una lámpara se convierte en luz y en calor.

Podéis saber la potencia eléctrica de un aparato mirando en su documentación o en la placa de características, que suele estar en la parte posterior o debajo, se mide en vatios (W).

Y ahora nos preguntamos, ¿cuánta potencia contrato con mi compañía suministradora? ¿La suma de la potencia de todos los aparatos de casa? ¿Están todos encendidos a la vez? Los que enciendo a la vez, ¿es necesario que estén encendidos a la vez? ¿Es imprescindible que haga una tarta al horno a la vez que está la lavadora funcionando?

Aquí tienes tu pequeño mundo de puntas y valles a regular. Si contratas muy poca potencia sucederá que al conectar un par de aparatos o, simplemente, al poner el horno, «saltará» un interruptor a la entrada de tu casa y se apagará todo: el ICP, el Interruptor de Control de Potencia. Si contratas mucha potencia, nunca ocurrirá esto, pero tu cuota será demasiado alta para la demanda que tienes.

Aquí viene el experimento. Pregunta en tu casa cuál es la potencia contratada (puede leerse en el recibo de tu compañía eléctrica). Recolecta la información sobre la potencia de los distintos aparatos que hay en tu casa. Para esto puedo darte algunas pistas:

–Los aparatos eléctricos que más consumen son los que producen calor (cocinas, estufas, lavadoras, lavavajillas, calentadores, etcétera) y el frigorífico que está encendido de manera continua.

–No olvides el aire acondicionado.

–El uso de esos aparatos puede «escalonarse» con cierta facilidad, pero el frigorífico está siempre encendido.

–Hay quien aconseja sumarlos todos, añadir 1000 W de los pequeños electrodomésticos y dividir entre tres para tener en cuenta la no simultaneidad de los encendidos, siempre que ese resultado no te deje sin potencia suficiente para encender algún aparato grande, como un horno. Quiero decir que si tu cuenta da un resultado de 2000 W pero tu horno es de 2500 W no podrías encenderlo. Pero si quieres un análisis más fino, puedes mirar cuál es el uso en tu casa, en concreto.

En esta página puedes encontrar un valor aproximado para la potencia de electrodomésticos habituales, pero es mejor que tomes los valores de los tuyos:

http://www.bajatelapotencia.org/la-potencia-que-necesitas/

Por ejemplo:

electrodoméstico potencia
Frigorífico 300 W
Microondas 1000 W
Lavadora 2000 W
Lavavajillas 2000 W
Horno 2000 W
Vitrocerámica 2000 W
Televisor 250 W
Aire acondicionado 1500 W
Calefacción eléctrica 2500 W
Calefacción eléctrica de bajo consumo 600 W

Mira ahora cuál es tu punta de demanda y compárala con la potencia que has contratado, es posible que puedas ahorrarte un poco de dinero al mes.

No esperes poder contratar 3562 W, tendrían que construir un ICP especial para ti. En realidad está estandarizado y se pueden contratar solo unas determinadas potencias. Si una se te queda corta, te tienes que pasar a la siguiente. Tampoco esperes poder cambiar tu potencia contratada todas las semanas. Consulta con tu operador y consulta en los organismos para la defensa del consumidor cuál es la legislación que se te aplica.

En España las potencias contratables para tarifas «domésticas» son:

1150 W, 2300 W, 3450 W, 4600 W, 5750 W, 6900 W, 8050 W, 9200 W, 10 350 W, 11 500 W y 14 490 W.

Por encima ya se consideran tarifas industriales. En un piso o en una casa unifamiliar lo más común es estar entre los 3450 W y los 5750 W, pero todo dependerá de lo «electrificada» que esté la vivienda. Por ejemplo, si la calefacción fuera eléctrica podría necesitarse más.

28
¿Cuánto peso aguanta un pelo?

Para darle más emoción, pensemos en que somos Rapunzel y estamos interesadas en que nuestro aguerrido amante pueda subir hasta la torre usando nuestra exuberante y larga melena. Podríamos simplemente probar y ver si se rompe el pelo, si se cae el amante, si me arranca la cabellera o salgo volando por la ventana…

Divide y vencerás. Vayamos paso a paso:

a) ¿Cuánto peso aguanta un pelo?

Arráncate un pelo, o si no te quedan muy largos, como a mí, pide uno prestado. Una forma sencilla de hacer este experimento consiste en usar un vaso de plástico, ponerle una cuerda como asa, pasar el pelo por el asa y atarlo a un lápiz o sujetarlo con el dedo. Después vas llenando el vaso (de judías o arroz, por ejemplo) hasta que el pelo se rompa. Finalmente se pesa el conjunto (vaso, judías) y ese es el peso que ha soportado el pelo. En realidad, por la disposición, el vaso está sujeto por «dos pelos», por lo que habría que dividir por dos el resultado.

b) ¿Cuántos pelos tengo en la cabeza?

Complicado de contar. Tendríamos que medir la superficie de la cabeza y después cuántos pelos hay por unidad de superficie. Pero si te animas, para medir la superficie de la cabeza te propongo un par de métodos:

1. Supongamos que la cabeza es una esfera y que está cubierta de pelo a la mitad.

Con un metro de costura, o con una cuerda, mide el contorno de tu cabeza en varias direcciones y haz un promedio. En mi caso 60 cm.

Sabiendo la relación entre la longitud de la circunferencia y el radio $L = 2 \cdot \pi \cdot R$, estimamos R:

$$R = \frac{L}{2 \cdot \pi}$$
$$R = \frac{60}{6{,}28}$$
$$R = 9{,}5 \text{ cm}$$

Ahora necesitamos conocer la fórmula que nos da la superficie de una esfera:

$$S = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$
$$S = 4 \cdot \pi \cdot (9{,}5)^2$$
$$S = 1130 \text{ cm}^2 \text{ aproximadamente}$$

Considerando que la superficie con pelo es la mitad, tu superficie útil: 565

cm2.

2. Cubre de papel tu cabeza.

Cubre de papel cuadriculado tu cabeza, esto da problemas porque al cubrir el pelo también sobreestimas la superficie de tu cuero cabelludo.

Calcula la superficie de cada cuadrado (típicamente 4 mm · 4 mm = 16 mm2). Multiplica por el número de cuadrados.

Ahora habría que hacer un proceso de muestreo para ver cuántos cabellos hay en total. Elige una pequeña zona de tu cabeza (unos pocos milímetros cuadrados) y cuenta los pelos que allí tienes. Si quisiéramos ser muy detallistas, elegiríamos varias zonas y haríamos un promedio. Para los que no queráis meteros en follones os confesaré que consultando por ahí encontraréis que el número total de pelos en la cabeza ronda los 100 000.

Los más experimentales, ¿qué resultado habéis obtenido?

Finalmente, si cada pelo soportaba ___ gramos y tengo ___ pelos, eso significa que puedo sostener hasta ___ gramos, sin que se rompa el pelo.

Como verás, es curiosísimo, pero el caballero sí que puede subir por el cabello. Hay un problema que no hemos mencionado, que nos romperá el cuello, si antes no nos arranca el cuero cabelludo.

Para resolver este problema podemos anudar primero la melena en la pata de una mesa y listo. Vía libre al amor. Conseguiríamos un efecto parecido a cuando nos cepillamos el pelo, pero no queremos tirones y sujetamos el mechón mientras cepillamos más abajo.

Aunque se escapan del alcance de este libro, si queréis saber los detalles del «atado» y de la fórmula de Euler que nos dice cuántas vueltas serían necesarias os dejo con el bueno de Sergio L. Palacios:

http://eltercerprecog.blogspot.com.es/2013/12/euler-versus-rapunzel-o-como-tirarse-de.html

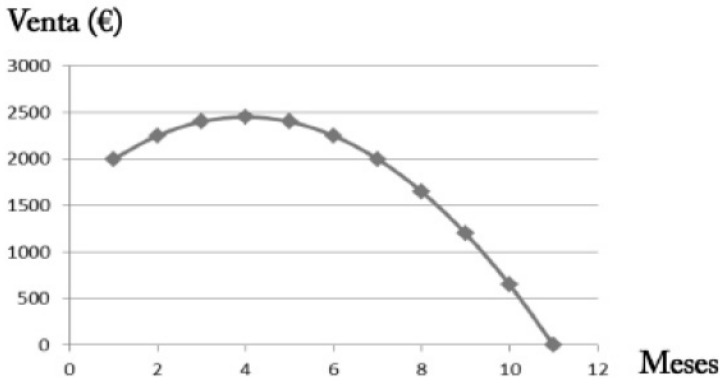
29
¿Optimizan o son malvados?

En una charla, el simpático @tocamates (http://www.tocamates.com) proponía el siguiente problema: tengo 1000 kg de naranjas a un precio determinado. Si dejo pasar el tiempo se me van estropeando a cierto ritmo, pero su precio también va aumentando. La pregunta es: ¿cómo optimizo el beneficio?

Como os podréis imaginar el óptimo estará en algún punto entre vender todas las naranjas el primer día y dejar que se estropeen todas. En qué punto concretamente dependerá de los números que escojamos, el ritmo al que se pudren y el ritmo al que suben los precios. Si los precios suben muy poco con el tiempo lo más beneficioso será vender pronto, pero si el precio sube muy rápidamente, lo que nos reportará más beneficio será esperar, dejar que se pudran muchas naranjas y vender el resto carísimas.

Aquí puedes ver un ejemplo con los precios empezando en 2 €. Cada mes sube el precio 0,50 € y se pudren 100 kg. Entendemos también que la venta se hace toda en ese mes.

En el eje horizontal están meses y en el vertical los euros que conseguimos:



Si vendes todo el cuarto mes, le sacas 2450 €, que son 450 € más que si lo vendieras todo el primer mes. Es cierto que hay que dejar que se estropeen 300 kg, pero ese es el resultado que da la pura maximización del beneficio económico.

Pon los números tú mismo o genera un modelo de venta más complejo si quieres, pero verás que de nuevo el óptimo involucra dejar que naranjas se pudran. Aunque sea un ejemplo muy sencillo creo que te servirá para comprobar por ti mismo como muchos comportamientos que etiquetamos como «malvados» y que parecen tener su ánimo en hacer daño, surgen de

premisas más sencillas y aparentemente inocentes como maximizar un beneficio económico.

Las toneladas de comida en la basura para que no se desplomen los precios, la reducción de producción y la escasez de un producto con el mismo fin, los solares o pisos vacíos y la gente durmiendo en la calle, la especulación con bienes de primera necesidad como el maíz, etcétera. En ninguno de estos casos el objetivo era producir ese daño, solo sacarle la máxima rentabilidad a un capital invertido.

Así que podemos concluir que la pura rentabilidad económica no es beneficiosa, al menos no para todos, y si queréis usar las matemáticas para esto tendréis que incluir otros factores en las ecuaciones que reflejen el daño que se produce para que también se evalúe este al hablar de «óptimo». Si hacéis la misma cuenta e incluís una penalización por cada kilo de fruta perdido, el óptimo económico, ocurre antes.

Debemos analizar las situaciones cuidadosamente para poder elegir qué acciones tomar. No es lo mismo que la gente que maneje el dinero genere un perjuicio a los demás porque son malvados que porque están solo preocupados de sus intereses económicos. En este segundo caso podemos intervenir en ese interés económico y causar efectos sobre su actitud.

Os pondré un ejemplo más. Muchos de los incendios forestales en España son provocados. Si sabemos eso en lugar de invertir en sistemas de detección podemos actuar sobre los motivos que impulsan a los que provocan esos incendios. En ocasiones se ha visto que la intención era especular con el suelo, de forma que puede legislarse para prohibir esas ventas de suelo quemado barato que se buscaban, desalentando la acción.

Los análisis no deben ser optimistas ni pesimistas, deben ser precisos. El optimismo estará en la acción, en las actitudes, si queréis, en aceptar cierto riesgo por un beneficio… pero no en minusvalorarlo o directamente olvidarlo.

30
¿Es la Luna en el horizonte más grande o me lo parece a mí?

Creo que nos ha pasado a todos, acaba de anochecer y de repente… ¡bum! Una Luna enorme en el horizonte. Precioso. Y ahora viene la pregunta que nos persigue desde que tenemos conciencia, ¿son las cosas lo que parecen?

Ya dijimos al principio que el camino de la ciencia es validar con la experiencia lo que pueda parecer a nuestros sentidos o a nuestra inteligencia.

Podríamos plantear varias hipótesis:

1. La Luna está físicamente más cerca cuando sale por el horizonte.

2. La Luna no está físicamente más cerca, pero su luz sufre algún efecto en la atmósfera que hace que parezca más grande.

3. Es algo que ocurre en tu cabeza.

Podríamos razonablemente descartar la primera hipótesis, ¿cómo podría estar siempre más cerca justo en ese momento para cualquier ciudad en la que hayamos estado?

En todo caso, midamos el tamaño de la Luna y veamos qué pasa. Te voy a proponer varios métodos:

1. Con el *zoom* de la cámara fijo, haz fotos en distintos momentos de la noche y mide los diámetros en cada imagen.

2. Pon una hoja sobre la ventana, pinta el círculo de la Luna en distintas posiciones y mide su diámetro.

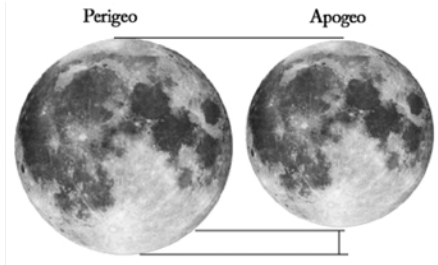
3. Quizá el más fácil. Toma un lápiz, por ejemplo, estira el brazo y mide con él el tamaño aparente del diámetro a distintas horas.

Tal vez te sorprenda porque el efecto es muy acusado, pero el tamaño aparente de la Luna cuando sale o cuando está en lo más alto es igual. Es tu cerebro al interpretar la información que llega de tus ojos el que te hace pensar que la Luna es más grande en el horizonte. Así que, para esto nos sirve medir, para saber si algo sucede o no, antes de que empecemos a preguntarnos por qué sucede.

Piensa que tu cerebro está interpretando constantemente, la visión no sucede en los ojos, sucede en el cerebro. En este caso, parece que tiene que ver con que tu «coco» se hace un lío con cerca-lejos, grande-pequeño. Recuerda esas divertidas fotos de gente sujetando la torre de Pisa, ahí también se juega con eso. ¿Es la torre pequeña o es que está lejos? En nuestro caso la proximidad de la Luna con el horizonte, los árboles, etcétera, parece que nos hace interpretarla como mayor de lo que es, de lo que una cámara de fotos que solo capta luz, dice que es. Vamos, de lo que el lápiz en tu mano dice que es.

Sí que es cierto que hay un momento a lo largo del ciclo lunar, de

veintiocho días aproximadamente, en el que la Luna está más cerca de la Tierra. Esto es debido a que la órbita no es perfectamente circular, es elíptica. A ese punto de la órbita más próximo lo llamamos perigeo y al opuesto, en el que está más lejos, apogeo.



Aquí tenéis una preciosa animación sobre cómo se ve la Luna a lo largo de todo su ciclo:

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c0/Lunar_libration_with_phase2.gif

Además de la parte iluminada (que nos muestra la fase lunar) y el aumento de tamaño (según va recorriendo la órbita), notaréis otro movimiento (como un cabeceo lateral) por el que la parte visible de la Luna es más que una «cara», más de 180^{0}, lo llamamos libración, por si queréis investigar más.

Seguimos con el tamaño de la Luna. Cuando el perigeo coincide con la Luna llena tenemos unas espectaculares salidas de la Luna por el horizonte, porque se unen los dos efectos, el real aumento de tamaño y el aparente. Recuerdo una ocasión en la que además había nevado. Quedó todo bañado de una luz azulada muy bonita.

Para saber cuándo volverá a ocurrir una superluna, que es como la llaman popularmente, podéis acudir a la página de la NASA (aunque en la mayoría de los blogs de ciencia, redes sociales y páginas de aficionados a la astronomía se anuncia con antelación suficiente):

https://www.fourmilab.ch/earthview/pacalc.html

Mirando en la red para deciros aproximadamente cuánto es más grande la Luna de perigeo que la de apogeo me he encontrado varias cifras y he tenido que coger mi regla para medir en la pantalla las fotos.

Ahora lo bonito sería que os pusiera el número, pero me voy a resistir. Me gustaría que lo midieseis vosotros y llegaseis a vuestra propia conclusión, así que os daré un par de pistas:

1. No debe ser un valor muy grande. Puede que sea la primera vez que oís hablar de esto, así que no es una cosa escandalosa a simple vista, como sería un 50%, por ejemplo.

2. Cuando leáis «un 14% más grande», ¿están hablando del radio, del diámetro o de la superficie del disco lunar? En mi opinión, la diferencia de tamaño debería darse entre superficies, que es lo que el cerebro percibe como «tamaño».

Por lo tanto, regla en mano, id a varias fuentes de fotos en la red, y comparad.

Ya conocéis la fórmula de la superficie de un círculo:

$S = \pi R2$

Así que dividiremos una entre otra para ver la proporción, como ya hemos hecho en otros experimentos:

S1 / S2

$\pi R2 / \pi r2$

Podemos simplificar π. Fíjate que si no supiésemos el valor de π podríamos seguir comparando ambas cantidades. Este «truco» es algo muy habitual para simplificar cálculos matemáticos y atajar problemas científicos:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{R^2}{r^2}$$

Así que la relación entre las áreas es igual que la relación entre el cuadrado

de los radios. Imagina que os sale 1,208. Eso significa que en el perigeo la superficie es un 21% mayor que en el apogeo.

Para los más avezados con los números, si queréis cambiar el radio por el diámetro partido por dos, veréis que os salen dos cuatros que también podéis simplificar, con lo que también podéis calcular la relación de las áreas como la relación entre los diámetros al cuadrado.

Bueno pues ahí te dejo el problema sin decirte la solución, ¿o te la he dicho?

31
¿Gráficas para explicar o para engañar?

Medimos sí, medimos.

En los casos sencillos (como medir nuestra altura) medimos, nos sale un número, ponemos las unidades y santas pascuas. Sin embargo en otros casos hay muchos números.

Imagina que estamos tomando el precio de la gasolina a lo largo del tiempo y resulta que tenemos un montón de números. ¿Los ponemos en una tabla y santas pascuas? ¿O no?

Las tablas no son fáciles de entender. Hombre, buscando y buscando, mirando con cuidado, puedo encontrar el valor más alto, si hay una tendencia a subir o a bajar, si hay picos o valles, pero me cuesta mucho. En cambio, en una gráfica se ve estupendamente. Pues ya, solucionado. Hagamos gráficas.

Vale, bien, eso hacen, pero es que en muchas ocasiones son engañosas. A veces es un uso inadecuado de la visualización y otras veces directamente manipulación. Os pondré algunos ejemplos y aquí el experimento consiste en que estéis muy atentos cuando veáis la próxima gráfica en un periódico, la tele o Internet. Aquí os reproduciremos algunas que nos hemos encontrado:

a) Cortar los ejes.

PARO REGISTRADO 2013

Podría alegarse que se ha cortado el eje vertical y que el origen son 4 698 000 pero la impresión que da al verlo es de una bajada tremenda, cuando en realidad es de solamente un 7%.

Si cortas el eje x puedes dar la impresión de que una tendencia es más rápida de lo que ha sido en realidad.

En ambos casos podríamos no suponer mala intención, hay programas que hacen esas cosas automáticamente. La cuestión es que si lo que queremos es que los datos se entiendan mejor y lo que conseguimos es un malentendido, entonces nuestra presentación de resultados es mala.

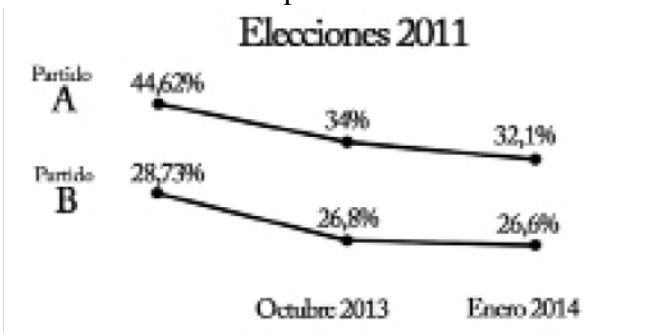
b) Representación no proporcional en superficie.

Efectivamente el logo gris de Páginas de Espuma es dos veces más alto que el siguiente, pero ¿cuántas veces mayor en superficie? ¿Cuál es la diferencia entre ese logo y los otros que tú percibes?

c) Manipulación de las gráficas.

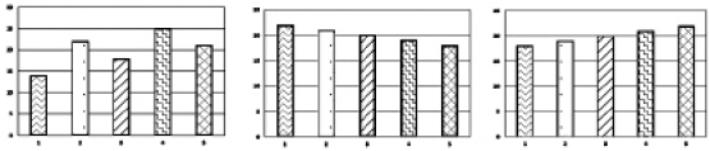
¿Es esto negligencia o se ha hecho adrede?

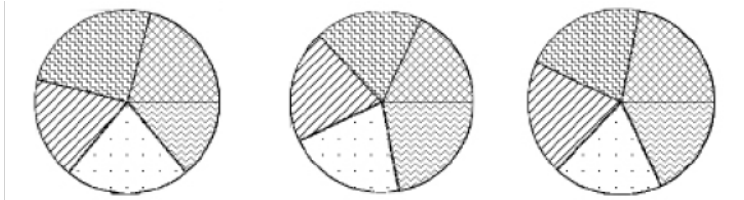
Mirad la altura a la que están los distintos valores, ¿eso lo ha hecho un programa? ¿300 000 más o menos se ponen a la misma altura?



Dos gráficas de tendencias. Parece que han descendido de manera similar. Mira los valores, ¿es una bajada similar? Como os digo, manteneos alerta cuando veáis una gráfica y sed cuidadosos y honrados cuando las dibujéis vosotros. Son una fantástica herramienta para comprender datos, si se las usa como es debido. Unas populares, pero poco recomendables gráficas son las «tartas». Aquí tienes tres gráficos de barras y los tres gráficos de tartas

asociados. Siendo los tres grupos de variables muy diferentes entre sí, como se ve con las barras, ¿qué tarta corresponde a cada uno?





Os recomiendo esta entretenidísima charla de Iñaki Úcar (@Enchufa2) sobre esas malas prácticas. Se la pongo a mis jóvenes estudiantes y les gusta mucho:

http://naukas.com/2014/02/09/naukas13-inaki-ucar-bad-charts-malas-graficas-o-como-representar-datos/

32
¿Qué hay en un producto homeopático?

Desde los antiguos griegos ya se coqueteaba con la idea de que la materia no era algo continuo, sino que estaba formada por «unidades», ellos las llamaron átomos, que significa en griego «indivisible».

Mucho tiempo después los experimentos han confirmado que eso es así, e incluso que esas unidades fundamentales pueden ser divididas y que están compuestas a su vez por partículas (los protones, neutrones y electrones).

Esto quiere decir que si empiezo a dividir un trozo de hierro en trozos cada vez más pequeños, al final, llegaré a un átomo y ya no podré dividirlo más, porque si lo hago tendré partículas sueltas, pero no hierro. ¿De acuerdo?

Hay una práctica, la homeopatía, cuyos preparados, tristemente, pueden adquirirse en las farmacias y son recomendados por algunos médicos y farmacéuticos titulados.

Sus principios son «Lo similar cura a lo similar» y que si algo está más diluido actúa con mayor eficacia. De esta manera se hacen preparados extremadamente diluidos de sustancias que provocan patologías, en la idea de que las sanarán.

Se llama un preparado 1CH a coger un centilitro de tintura madre (la sustancia activa o una disolución de la sustancia activa) y diluirlo en 99 cl de agua, hasta completar el litro. Un preparado 2CH consiste en coger un centilitro de un preparado 1CH y diluirlo en 99 cl de agua.

Hagamos algunos números.

Si vamos a diluir mucho, nos interesa saber cuántas moléculas** de la sustancia activa hay en un determinado número de gramos para saber así cuántas nos van quedando. Aunque las tinturas son de menor densidad que el agua (se hacen con alcohol) si queréis podemos tomar la densidad del agua y estaremos usando una cota superior (estaremos contando de más).

Quizá os suene el número de Avogadro 6,02 · 1023. Ya sabes que 1023 es un 1 y veintitrés ceros detrás, por lo que el citado número será: 602 000 000 000 000 000 000 000, un porrón. Este número es la cantidad de moléculas que hay en un cierta cantidad de sustancia que llamamos mol. Sin entrar en muchos detalles, decir un mol es como decir «una docena». Una docena de moléculas serían 12 moléculas y un mol de moléculas son 6,02 · 1023 moléculas.

Como cada molécula es diferente (número y tipo de átomos), un mol de una sustancia tiene distintos gramos que un mol de otra sustancia (igual que una docena de huevos pesa distinto que una docena de caballos). En el caso del agua un mol son 18 g. Por lo tanto en cada gramo de agua habrá 6,02 · 1023 /

18 moléculas. Aproximadamente: 33 400 000 000 000 000 000 000 moléculas por gramo.

Como sabéis, la densidad del agua es 1 kg/l aproximadamente.

Por lo tanto, un centilitro serían 10 g.

Tendremos entonces, diez veces aquel número de moléculas:

334 000 000 000 000 000 000 000

Muy bien, pues esas son nuestras moléculas de partida, las que habría en un preparado 1CH.

Para hacer un preparado 2CH tomamos una centésima parte, así que nos quedarán cien veces menos, quitamos dos ceros:

3 340 000 000 000 000 000 000

Hagamos una 3CH:

33 400 000 000 000 000 000

[...]

Si hacemos una 11CH:

3340 moléculas

Si hacemos una 12CH:

33,4 moléculas

Eso quiere decir que hay 33 moléculas en todo el recipiente. Pero si hacemos una 13CH o más el número esperado de moléculas por recipiente será cero:

ninguna molécula

Si ahora te digo que existen preparados 20CH e incluso 30CH, imagina. No hay ningún principio activo allí. Si tiras una aspirina en un pantano, o si te haces pis allí mismo, tendrás diluciones similares de ambas sustancias en los grifos de los usuarios.

Los defensores de la homeopatía dicen que no es la sustancia química la que actúa, sino que el agua tiene cierta «memoria», y que queda «modificada» por el procedimiento de preparación, y que es eso lo que actúa en el enfermo. No ha podido hallarse evidencia experimental de esto.

Por lo tanto, no hay una explicación satisfactoria de cómo podría funcionar la homeopatía, pero fijaos que aquí hablamos de ciencia, de verdad empírica, de resultados.

La razón por la que entendemos que la homeopatía no funciona no es por todos esos cálculos que hemos hecho, por evidentes que os parezcan. La razón por la que entendemos que no funciona es porque no funciona.

Los estudios clínicos que se conocen o bien tienen evidentes errores metodológicos (como un número reducido de pacientes), o bien no prueban la eficacia más allá del placebo.

Y eso es la ciencia, independientemente de lo que pensemos echando

cuentas con la teoría atómica unos, o a partir de los argumentos del fundador de esta creencia, otros. Lo importante es que cure o que no cure, y con lo que hoy sabemos, no cura.

Por esta razón, aunque sus defensores han conseguido que se pueda vender en farmacias, o incluso que médicos la recomienden, no la «recetan» ni pueden llevar recomendaciones para unas patologías u otras, porque no han probado su eficacia. En España solo tienen que probar que son inocuas. Imagina, solo faltaría. Hay que decir que, tristemente, en otros países está incluida en el sistema nacional de salud.

También es muy curioso el efecto psicológico que se da con esta práctica. Los que la usan quieren que se venda en farmacias y que la recomienden médicos titulados, pero tanto en las facultades de medicina como en las de farmacia se enseña que algo así no funciona. Entonces, decidámonos, ¿aceptamos la medicina «oficial» o no? Pero claro, los productores de homeopatía saben la confianza que da una bata. No es lo mismo ir a un sitio que ponga «clínica» o «farmacia» y que atienda alguien con bata que comprar ese producto en un herbolario o en una casa particular.

«¿Y qué mal puede hacer?», se pregunta a veces. Si es solo agua (o azúcar si es en pastillas), ¿qué problema hay? El problema es que se abandonan los tratamientos que sabemos que funcionan, que sabemos que curan. Los tratamientos que han doblado nuestra esperanza de vida y que nos libran de lo que antes nuestros padres fallecían. Hay gente que ha muerto por insistir en renunciar al tratamiento médico y otros porque cuando quisieron volver ya era demasiado tarde.

Hay gente que lo toma a la vez que su medicación, pero, ¿por qué hacerlo si es solo agua? ¿Por qué pagar dinero a grandes multinacionales que la producen si no sirve para nada?

Es importante no confundir homeopatía con terapias «naturales» en las que sí se toman principios activos en cantidades apreciables, como infusiones de hierbas y cosas así. En esos casos también hay peligros, como que cada hoja o ramita no tiene por qué llevar la misma cantidad de principio activo, con lo cual lo que uno toma está bastante fuera de control, aunque siempre tomes «dos tazas antes de acostarte».

Los médicos y científicos que tratan de informar a la gente para que no usen estos preparados homeopáticos que no han probado su eficacia, en ocasiones lo hacen de un modo muy divertido: un suicidio homeopático.

Toman una caja de preparados homeopáticos que se aconsejan para el insomnio, digamos «somníferos homeopáticos». Demuestran primero que no hay moléculas de principio activo, como hemos hecho nosotros, que es solo azúcar o agua, y después se toman la caja entera. Con ningún efecto, como

podrás imaginar.

Desde aquí también nos sumamos en desaconsejar su uso por las razones ya expuestas:

1. No hay nada de sustancia activa ni se ha probado la existencia de la memoria del agua (algo tranquilizador si recordamos que el agua pasa por intestinos y váteres).

2. No ha probado tener una eficacia mayor que el placebo.

3. No estamos dispuestos de dejar de usar la medicina que sí ha probado ser eficaz en estudios clínicos a doble ciego.

Si tienes más dudas sobre el particular puedes consultar este enlace donde encontrarás respuestas a muchas de las preguntas más frecuentes:

http://queeslahomeopatia.com/preguntas-frecuentes/

** Cuando hablamos de compuestos, como el H_2O, la unidad mínima de sustancia es la molécula, porque al romper esta tendremos hidrógeno y oxígeno sueltos, pero no agua.

33
¿Invierto o no?

¿Me compro otra corbata? ¿Otra camiseta? Si no la necesito es un puro gasto, pero quizá me compensa en «placer» y, como ya dijimos, la optimización económica no es lo único, ni lo mejor. Aun así, en este capítulo vamos a mirar solo la pasta.

¿Me pongo un molino eólico en el jardín y me abastezco de esa electricidad? Eso me ahorraría el recibo mensual de la compañía eléctrica, ponle 25 €, por ejemplo. Sin embargo, ¿es cierto que me ahorro cada mes ese dinero? ¿Qué pasa con lo que ha costado el molino?

Aquí viene en nuestra ayuda el concepto de amortización. Decimos que amortizamos una inversión cuando nos hemos ahorrado el dinero que nos costó hacerla. Imagina que el molino costó 1000 €.

¿Cuántos meses tardamos en amortizarlo?

Fácil, 1000 / 25 = 40 meses. En tres años y medio nos hemos ahorrado el dinero que nos costó y a partir de ahí cada mes sí que nos ahorramos 25 €. ¿Es mucho tiempo o poco?

Date cuenta de que la amortización es una extrapolación, una proyección a futuro en unas condiciones que no podemos conocer. Así, aunque en teoría cualquier inversión se acabaría amortizando a tiempo suficiente, no se suele entender que una inversión es interesante, en el mundo empresarial, si la amortización va más allá, típicamente, de cinco años.

Fíjate que no estamos pensando en el asunto ecológico, en la contaminación que dejamos de producir, en la que se produjo al construir el molino, en que mañana se descubra la fusión fría, etcétera. Es una aproximación.

También podríamos hacer la cuenta de otra manera. Pensar que cada mes amortizamos solo cierta cantidad. Por ejemplo, vamos a considerar que de los 25 € que dejamos de gastar cada mes, 15 € son para amortizar el molino y 10 € para irnos al cine. De esta forma el plazo de amortización aumenta, pero disponemos de parte del dinero que nos ahorramos desde el primer momento. Es como si te hicieras un préstamo a ti mismo y te lo fueras devolviendo en cómodos plazos.

Vayamos a un ejemplo práctico, ¿lámparas de bajo consumo (fluorescentes) o LED? No echamos cuentas para las incandescentes que son claramente peores y que se están dejando de fabricar.

LED Lámpara bajo consumo

Vida útil 30 000 horas 10 000 horas

Potencia 10 W 18 W (para la misma luz)

En algunos sitios veréis decir que los LED duran 50 000 horas e incluso 100 000 horas, pero vamos a tomar una aproximación más conservadora, ya que no está muy claro que esas cifras sean realistas. El consumo eléctrico es aproximadamente la mitad, pero resultan más caras.

Vamos a ver cuánto nos cuesta iluminar 30 000 horas con un tipo de iluminación y con otro:

1. LED.

Gasto LED = Precio de lámpara + gasto eléctrico

Para ver el gasto eléctrico usaremos el kWh. En el mundo eléctrico es habitual el kilovatiohora (kWh) como unidad de energía. Equivale a la energía que gasta un aparato de un kilovatio de potencia trabajando durante una hora. Es bastante intuitiva.

Por ejemplo:

Energía = Potencia · tiempo

E = 10 W · 30 000 horas = 300 000 Wh = 300 kWh

Para saber cuánto cuesta un kWh mira el recibo de la luz, verás que es como 0,12 € pero podemos redondear, añadiendo impuestos, a 0,14 €, por ejemplo:

Gasto eléctrico LED = 300 kWh · 0,14 €/kWh = 42 €

Súmale el precio de la lámpara y tendrás lo que te ha costado iluminar con LED.

2. Lámpara de bajo consumo.

Gasto bajo consumo = Precio de la lámpara · 3 + Gasto eléctrico

Tienes que sumar el precio de tres lámparas de bajo consumo, porque cada diez mil horas se te estropeará una.

Gasto eléctrico bajo consumo.

3. Energía = Potencia · tiempo

E = 18 W · 30 000 horas = 540 000 Wh = 540 kWh

Gasto eléctrico Bajo consumo = 540 kWh · 0,14 €/kWh = 76 €

Ahora se trata de que compares qué gasto es mayor y así puedas elegir.

Por cierto, ¿cuánto son 30 000 horas?

Primero habría que pensar en cuántas horas tiene un año aproximadamente:

24 horas · 365 días = 8760 horas

Así que ese tiempo son tres años y pico, pero con la luz encendida de manera continua.

¿Quieres que seamos más finos? ¿Cuántas horas pasas en esa habitación al

día?

Ocho para dormir, ocho de trabajo… cuatro horas al día en la habitación con la luz encendida, ¿por ejemplo?

$$\frac{30\,000 \text{ horas}}{4 \text{ horas cada día}} = 7500 \text{ días}$$

Salen unos cuantos días. Si divides por 365 te dan como 20 años. Vaya, en la práctica es más fácil que cambies de casa que de LED. Esta tecnología está emergiendo con fuerza y aún quedan cosas por ajustar y a tener en cuenta por el consumidor como la «temperatura de color», el deterioro por el uso, etcétera.

Vuelve a mirar el ahorro que te sale y te recuerdo que eso es lo que te ahorras durante las 30 000 horas de vida útil que le hemos supuesto al LED. Este tipo de cálculos es habitual. Cambio a una tecnología nueva que me cuesta una inversión y me produce un ahorro, y me pregunto si me conviene o no. Ten en cuenta también que quizá estés pensando en cambiar una máquina que aún está en su periodo de amortización, calculado cuando la compraste. Piensa que si la sustituyes, con ella se va el dinero que aún no se ha amortizado. ¿Tanto mejora la nueva máquina que compensa también esa pérdida? A priori no se puede saber, tendrás que echar las cuentas, incluyendo lo que aún no has amortizado como un gasto más.

34

Electrodomésticos de mayor o menor eficiencia energética

Con frecuencia los etiquetamos como B, A, A+, A++, etcétera. Cuestan más y consumen menos. ¿Son rentables? ¿Cuánto tardamos en amortizar el gasto extra?

Uno de los ejemplos más sencillos son los frigoríficos, porque suelen indicarnos su consumo en kWh al año (aunque a veces lo pongan como kW, pero es un error, eso sería su potencia). Sabiendo lo que cuesta un kWh, basta multiplicar para saber cuánto nos ahorramos al año, y cuanto tiempo tardaremos en recuperar la inversión.

Finalmente, no podemos dejar de decir que todo esto es muy bonito cuando tienes la liquidez para hacer la inversión inicial o el acceso al crédito que te permita hacerlo. Si no es el caso, por muy favorable que sea la inversión, estará fuera de tu alcance.

35
¿A cuánto te vendo el pollo? Montemos una empresa

Hace un tiempo mandé a mis estudiantes que hiciesen un modelo de negocio, por ejemplo, un asador de pollos y echasen cuentas de gastos e ingresos. El ingreso viene por lo que paga el cliente, por el precio del producto, por lo tanto hay que repercutir cualquier gasto que tengamos sobre el precio para poder recuperarlo. Y son unos cuantos:

–El precio del pollo, de la materia que vendemos.

–Lo que cuesta convertir el pollo crudo en asado. El precio de la electricidad que gasta la cocina.

Pero también:

–El alquiler del local.

Cualquier gasto relacionado con local:

–La factura del agua, el impuesto del local o limpieza.

Y cualquier gasto no mensual, pero que haya que desembolsar de cuando en cuando. Por ejemplo, cada cierto tiempo tendremos que arreglar la cocina, o incluso cambiarla entera. ¿De dónde puede salir ese dinero si no es de lo que pague el cliente? Así que, si cada tres años hay que gastarse 2000 € en maquinaria nueva, ese dinero hay que irlo ganando día a día dentro del precio del producto que vendemos.

Es como si yo uso mi coche en mi empresa y me pagan el combustible solamente. No señores, tengo que cobrar para ir pagando el impuesto anual, el cambio de aceite, de ruedas y, al cabo de ciertos años, el coche entero.

Y fíjate, todavía solo estamos cubriendo gastos. Nosotros no hemos ganado un céntimo aún. Por lo tanto, ahora hay que incluir en el precio el dinero suficiente para que a final de mes podamos pagar los sueldos. Repito, no hay otra fuente de ingresos que el precio de nuestro producto, por lo que cualquier gasto o coste debe salir de ahí.

Quizá os parezca un lío, pero no es tan difícil, son cuentas sencillas que ya sabemos hacer. El riesgo consiste en que se te olvide contar con todas las partidas de gasto, por ejemplo la amortización de la maquinaria, la devolución de créditos o los mismos sueldos (como le pasó a un estudiante mío).

Con todo esto podemos hacernos una idea de cuánto dinero tenemos que sacar al día para que el negocio se mantenga, para hacer frente a los gastos y poder pagar los salarios. Sin embargo, ahora también tendremos que estimar cuánto vamos a vender, cuánto nos van a comprar. Para eso tendremos que ver, cuántos pollos podemos asar a la vez o cuántas mesas tenemos en el local. Por ejemplo, si el turno de comidas dura dos horas, tenemos tres mesas de cuatro

personas que comen en unos cuarenta minutos. Eso nos da doce personas comiendo a la vez cada cuarenta minutos. En dos horas, tendremos tres turnos, treinta y seis personas habrán comido.

Y ahora, otro error frecuente. Esas no son las personas que van a comer cada día en tu asador, esas son las personas que podrían comer en tu asador, una cota superior. En realidad, ¿cuántas van a ir?

Para esto te tocará darte una vuelta por tu barrio. ¿Cuánta gente vive allí? ¿Cuántos comen fuera de casa? ¿Hay fábricas con obreros que comen fuera? ¿Hay ya muchos locales? ¿Qué precios tienen? ¿Vas a competir con ellos?

Te lo digo porque es posible que entres en un mercado que ya esté saturado y en el que tengas que competir ferozmente por la clientela o todo lo contrario, que seas el primero y se te llene.

En uno de los más conocidos problemas de estimación, que popularmente se llaman problemas de Fermi, se calcula el número de afinadores de piano que pueden trabajar a la vez en Chicago, teniendo en cuenta la población, cuánta gente por familia, cuántos pianos por casa y con qué frecuencia se afinan.

Todas estas cuentas, y muchas más, constituyen lo que se llama un estudio de mercado, que te aconsejamos que hagas antes de lanzarte a montar un negocio propio. Te ahorrará muchos disgustos.

Unas consideraciones finales sobre esto:

1. ¿Cuál debe ser el precio de un producto o servicio?

Habría varias formas de enfocar esto:

a) Importancia.

No es lo mismo ir al médico que ir al fútbol, tendría que ser más caro lo más importante.

b) Dificultad de producir.

Un producto artesano tendría que ser más caro, por la dificultad que entraña, que uno hecho en serie, por ejemplo. Y un largo etcétera, pero no me apetece alargarme, ya que ninguna de estas es la respuesta.

El precio de una cosa es aquel que algún cliente está dispuesto a pagar. Así de triste y así de simple. Esta es la economía de mercado en la que vivimos. Quizá pienses que no es justa, y tienes razón, pero ya te digo que el precio no lo marca la justicia.

Si por una camiseta con el nombre de un futbolista escrito detrás hay multitud de gente que paga gustosamente 80 €, pues eso es lo que vale.

Si por una talla en madera que ha costado varias horas de trabajo de un artesano muy hábil no hay nadie dispuesto a pagar más de 5 €, pues ese será su precio.

2. ¿Cuál es el salario de un trabajador?

De forma simétrica la respuesta es lo que alguien esté dispuesto a pagarte

por lo que haces. No tienes más que mirar por la ventana para ver lo que cobran unos y otros por hacer lo que hacen y darte cuenta de que no sigue ninguna proporcionalidad sobre dificultad, importancia social, etcétera. Esto es pura y descarnada oferta/demanda. Si hay mucha gente que demanda un trabajador y está dispuesta a pagar por él, sus honorarios crecerán y viceversa.

Es particularmente inhumano en épocas de crisis porque se tiran los salarios por los suelos, dada la abundancia de gente que está dispuesta a trabajar como sea en un entorno de empobrecimiento y marginación. Por eso precisamente los gobiernos regulan (o deberían regular) cosas como el salario mínimo, para que la pura ley del mercado no se convierta en abuso y esclavitud, al estar una de las partes negociadoras en clara desventaja.

36
Esto aguanta un huevo

En realidad se trata de lo contrario, de cuántos huevos hacen falta para aguantarte. Bueno, déjame que me explique.

Seguro que has oído que la forma de los huevos consigue que estos tengan una resistencia muy alta teniendo en cuenta el poco material del que están hechos. Es el mismo truco que usamos en las cúpulas o en los arcos. En lugar de intentar hacer una viga resistente que aguante sin romperse el peso que tenga sobre ella, hacemos una forma curva que deriva ese peso sobre las columnas y sobre el suelo, haciendo más resistente la construcción.

Para ver que esto es así se suele proponer el siguiente desafío, toma un huevo con el dedo pulgar e índice, uno por cada «punta» y aprieta tratando de aplastarlo. Resulta casi imposible. Si dais con alguno que puede, también os reiréis.

Y aquí llegamos nosotros, ¿cuánto peso puede aguantar un huevo en realidad? Midamos.

Como poner cosas sobre un huevo no es fácil, nos resulta más sencillo poner tres huevos sobre tres vasos de «chupito», algo plano encima y empezar a cargar, intentando hacerlo sobre el centro del triángulo que forman los huevos para que no esté desequilibrado.

Cuando rompa alguno, dividimos entre tres y ahí tenemos el peso que aguanta un huevo. Si queréis podéis repetirlo varias veces y tomar la media.

En mi caso: 4,1 kg.

Bien, ahora viene el momento del valor. Dividamos nuestro peso entre lo que aguanta un huevo y tendréis como resultado los huevos que hacen falta para soportaros (perdón, no me puedo resistir). Para poner todos esos huevos, en lugar de vasos, podéis usar la propia huevera que da un buen soporte.

Pero no me decido, ¿y si hay un huevo un poco más débil? ¿Y si me subo después de comer? ¿Y si en los ensayos previos hubiesen coincidido huevos más resistentes de lo normal?

En ingeniería para quitarnos esas preocupaciones de vivir al límite (imagina que estamos calculando columnas para tu casa, el grosor de las placas de un submarino) usamos el coeficiente de seguridad. Dicho entre tú y yo, sería algo así como «Tú echa ahí, Paco». Que sale que tienes que poner 2 kg de cemento, pues tú echa cuatro (coeficiente de seguridad 2). Que tienes un grosor de placas de 5 mm, pues tú pon 40 mm (coeficiente de seguridad de 8). Cuanto más peligroso sea que haya un fallo en un sistema, mayor coeficiente de seguridad, y asunto arreglado.

Ahora podrías preguntar: si al final vas a echar a lo loco, ¿para qué calculamos? Pues para lo de siempre, para saber aproximadamente qué sería necesario, para saber si estamos echando de más o de menos, para saber con qué holgura trabajamos. Para tener cierto control de este mundo inabarcable.

Bien, ya solo queda que elijas tu coeficiente de seguridad y que te subas sobre los huevos con la seguridad de que todo va ir bien.

A la hora de la verdad, si los huevos que usas son muy desiguales es difícil de hacer el experimento, porque unos quedan más altos que otros, así que la plataforma se apoya solo sobre los altos, entonces te subes, se rompen esos un poco, y ahora te apoyas en los otros que tampoco son suficientes ¡Y chof!

Puedes hacer el mismo experimento con esos pequeños tubos de cartón en los que envolvemos el papel higiénico, vas a ver que también son curiosamente muy resistentes para su peso (la forma cilíndrica es muy apropiada) y el dispositivo final es mucho más sencillo porque las alturas son iguales y se tienen en pie solitos.

37
Medir con un láser y cortar con un hacha

Tiempo atrás cayó en mis manos una plantilla para calcular qué refrigeración necesitaba un local. Tenía en cuenta la superficie de ventanas, las paredes expuestas al exterior, las que daban a locales climatizados alrededor, el material del que estaban hechas las paredes, su grosor, los aparatos que iban a usarse dentro (que desprenden calor), la gente que lo iba a ocupar, etcétera.

Yo tan orgulloso me la llevé al instituto para trabajar con mis chavales. Calculábamos superficies, medíamos, hacíamos cuentas… y al final nos daba que ese local necesitaba, no sé, imagina: 3128 frigorías.

Un apunte que debéis tener en cuenta: aunque el frío no existe (es la ausencia de calor) al hecho de sacar una caloría de un local lo llamamos «meter» una frigoría. Esto tampoco se usa con corrección, porque en realidad se debería hablar de frigorías por hora, esto es lo que marca la potencia del aparato, cuánto calor es capaz de extraer de la habitación por unidad de tiempo.

Quizá te haya sonado extraño lo de que «el frío no existe», podrías preguntar: y eso que me da en la cara en invierno, ¿qué es? Es aire frío, no frío. Fíjate una cosa es que en invierno el calor atraviese la ventana y se pierda (que no es que entre frío) y otra que haya una rendija y entre aire frío, aire a una temperatura baja.

Como decíamos, ya sabes cuántas frigorías necesitas. Vas a la tienda y dices: «Querido tendero, ¿tendría usted a bien darme un aparato de 3128 frigorías/h?». A lo que él contesta: «¿Tú es que eres tonto o algo?».

Evidentemente no se fabrican aparatos de todas las potencias posibles. Te puedes comprar un aparato un poco más pequeño y algún día tendrás calor, o puedes comprar un aparato más grande que estará infrautilizado gran parte del tiempo. Ahí decides tú, según el dinero del que dispongas, lo delicado que sea lo que quieras climatizar o tu necesidad de confort.

Por eso no es extraño que los instaladores lleguen a tu casa, echen un ojo, y puedan aconsejarte tranquilamente sobre qué aparato necesitas. No es necesario medir con un láser si al final vamos a cortar con un hacha. A veces profesores y estudiantes caemos en ese error.

Esa redacción vale un 5% de la nota de los deberes que es un 10% de la nota de la evaluación que es un tercio de la nota global, que va de punto en punto y será un 6 o un 7, por lo que la influencia de la redacción en la nota es mínima, por no decir nula.

38

Un diez más un cinco por ciento no es un quince por ciento

En una oferta que me llegó al correo me decían que me harían un diez por ciento además de mi cinco por ciento habitual como socio, un quince por ciento. Mentira cochina y podrida.

Un descuento es quitarme una parte del total, del total sobre el que aplicas el descuento. Si aplicas descuentos consecutivos cada descuento lo aplicas a una cantidad diferente.

Mira, a lo bruto. Si te hago un 50% y otro 50% adicional… ¿te lo doy gratis?

Haz las cuentas. Imagina que vale 20 €.

Aplica el primer descuento y me queda la mitad, 10 €.

Ahora aplica el segundo descuento, sobre 10 €, no sobre 20 €, y me quitas otros cinco. Así que el precio final son 5 €.

En mi caso. Primero me hacían un 10%, habría que calcular ese porcentaje y restarlo. O bien, entender que me dejan el 90%.

Precio después del descuento del 10%:

$$10\%\left(\text{Precio2}\right) = \text{Precio1}\cdot\frac{90}{100} = \text{Precio1}\cdot 0{,}90.$$

Ahora me aplicas un 5%:

Precio3 = Precio2 · 0,95 = Precio1 · 0,90 · 0,95

Si quieres saber a qué equivale el descuento «compuesto», multiplica esos dos factores:

0,90 · 0,95 = 0,855

Por lo tanto, el descuento equivalente sería:

1 - 0,855 = 0,145

Un 14,5%.

No difiere mucho, pero no era verdad. Bueno, no difiere mucho según el montante total de tu compra, un 0,5% de 100 € son 50 céntimos, de 1000 €, ya son 5 €, etcétera.

Este no es un resultado general, la diferencia será mayor cuanto más grande sea el primer descuento, porque entonces será más diferente de la cantidad original la cifra sobre la que se aplique el segundo.

Con estas cosas de los porcentajes hay que tener cuidado. Por ejemplo, si te descuento un 20% y luego te aplico un recargo de un 20%, ¿te quedas con el mismo precio? Ya te imaginarás que no, porque el primer porcentaje se aplica sobre una cantidad mayor que el segundo. El recargo será menor que el descuento.

Mira, con 200 €.

El primer descuento será de 40 € y el precio final:

$200 \cdot 0{,}80 = 160$ €

Ahora aplicamos el recargo:

$160 \cdot 1{,}20 = 192$ €

Efectivamente, porque el 20% de 160 € son 32 €.

De nuevo quizá te parezcan cantidades y porcentajes muy pequeños, pero se trata de que nosotros podemos hacer las cuentas y llegar a nuestras conclusiones, para decidir entonces si nos parecen tan pequeñas o no esas cantidades, o si, simplemente, nos molesta que nos mientan.

39
Joven, invierte en tu futuro

Alguien me dijo hace tiempo que él empezaría una clase de matemáticas diciendo: «Hay dos tipos de personas: los que saben matemáticas y la escoria». Es una macarrada, de acuerdo, pero probablemente sea una divertida manera de contar a la gente que si no saben matemáticas están a merced de ignorantes y malintencionados.

Ponía un ejemplo sencillo. A un joven de 18 años le dejan una herencia de 10 000 €, ¿qué podría hacer? Si entendemos que el chaval tiene sus necesidades más o menos cubiertas y este es un dinero extra, es posible que se lo gaste en un coche o algo así… pero, ¿qué pasaría si lo invirtiese?

Imagina que le dan un 6% anual. Eso significa que anualmente recibe 10 000 · 0,06 = 600 €. Ahora contemos cuanto saca hasta que se jubila, desde hoy hasta los 67:

600 € · 49 años = 29 400 €

Cuando se jubile tendrá 39 400 € en total.

Sin embargo ahora imagina que en lugar de aplicar el interés simple que es lo que acabamos de hacer, reinvierte sus ganancias. Eso quiere decir que el segundo año su capital no será 10 000 €, sino de 10 600 € (el capital inicial más lo que ganó en intereses el primer año), así que el segundo año, al aplicar el 6% a este capital, le corresponderá algo más, es lo que llamamos interés compuesto. Concretamente:

10 600 · 0,06 = 636 €

¿Qué pasará si hacemos eso cada año? ¿Supondrá una gran diferencia?

Veamos.

Si llamamos al capital inicial C y al interés r. El capital el segundo año es C + C · r (el capital más el capital multiplicado por el interés), que también podemos escribirlo como C (1 + r). En nuestro caso 10 000 · 1,06.

Aplicando el mismo factor el segundo año:

C (1 + r) · (1 + r) sería como C (1 + r)2

Y así sucesivamente. En general:

Capital final = Capital (1+interés)años

En Internet tenéis calculadoras automáticas en las que podéis jugar con todas las variables.

En nuestro caso, 10 000 € al 6% durante 49 años (desde los 18 a los 67):

Capital final = 10 000 (1,06)49

¡174 000 €! Bastante más de los 40 000 que nos salían antes.

Si en lugar de pagarle los intereses al año se los pagasen cada mes, como

reinvertiría el dinero obtenido unos meses antes, sacaría más beneficio aún. Curioso verdad. También es cierto que esto le hace no poder usar un céntimo hasta ese día, así que no podrá invertirlo en montar un negocio o gastárselo en pipas. De hecho, todo esto opera bajo la hipótesis de que no se va a morir antes.

40
Tu dinero se encoge

El dinero no es nada. No tiene un valor en sí mismo, solo en tanto que lo aceptamos como pago de bienes y servicios. Tampoco tiene un mismo valor en cualquier situación. Un mismo salario puede resultar bajo en una gran ciudad donde el precio de la vivienda y el coste de la vida sean muy altos, o lo contrario si vives en un lugar donde los precios son más reducidos.

Así que si metes 2000 € en el banco y este mes los precios han subido un 1% podemos decir que tu dinero vale un 1% menos. Has perdido dinero. Aunque no lo hayas tocado, aunque en el banco sigan diciendo que tienes 2000 €, pero en realidad puedes comprar un 1% menos. A esto le llamamos inflación.

Por lo tanto, cuando en tu empresa te «suben» el sueldo cada año lo mismo que han subido los precios (según el indicador que sea, más o menos discutible), en realidad lo que han hecho es mantener tu sueldo igual, lo que a veces se llama mantener el poder adquisitivo.

O si recordamos el capítulo anterior: esos ciento setenta mil eurazos dentro de 49 años no serán lo mismo que ahora.

Imagina que cada año, los precios suben un 2%, eso quiere decir que tu dinero se empequeñece. Hay que quitarle ese porcentaje o multiplicar por (1-inflación), en nuestro caso 0,98. Y eso, cada año, año tras año:

0,9849 = 0,37 aproximadamente

O lo que es lo mismo, que con ese dinero dentro de 49 años te vas a poder comprar lo mismo que con la tercera parte hoy. Eso que decimos los viejos: «Pues yo con ese dinero iba al cine y de cena». Por lo tanto, no nos ilusionemos mucho con lo que vayamos a hacer en ese futuro hipotético con todo ese montón de billetes de valor reducido.

Muchos inversores nos dicen que el banco, o cualquier sitio en el que dejes/inviertas tu dinero, debería darte un interés mínimo del incremento del coste de vida, ¡solo para no perder!

Con ese punto de vista cuando alguien te permite comprar a plazos sin cobrarte un interés, en realidad te está cobrando más barato, ya que cada pago que haces, aunque sea del mismo importe, es de menos valor. Por otra parte el dinero que no les diste a ellos en el momento de la compra te lo has podido gastar con un valor más alto durante este tiempo, habrás podido comprar más.

Hay que tener cuidado con estas cosas que nos seducen para meternos en un crédito tras otro y andar gastando pronto y pagando tarde. Tengamos en cuenta que nosotros tenemos un nivel de ingresos debido a nuestro trabajo

(mientras lo conservemos) y que eso debería marcar nuestra actitud general a la hora de pensar en el volumen de los gastos que nos queramos permitir.

Tampoco creáis que estamos aquí a favor de ese «mantra» que tanto se usa en época de crisis: «La gente ha vivido por encima de sus posibilidades». Algunos lo habrán hecho, pero ¿qué tipo de plan razonable puede hacer alguien que tenga que contar con quedarse en paro durante varios años y que la familia entera no tenga ingresos? Supongo que comer a diario y vivir bajo techo parece estar, en este caso, por encima de sus posibilidades económicas, pero no de sus derechos humanos.

Finalmente, por si algún joven se anima a este «plan de jubilación» con ingresos sobrevenidos, nos cuenta uno de nuestros expertos de guardia que si:

–Partimos de 18 años y consideramos la jubilación a los 67 actuales (49 años de inversión).

–Tenemos un capital inicial de 5000 €.

–Lo ponemos en fondos de renta variable a los que se les considera una rentabilidad media, con la inflación incluida, de un 8%.

Obtendrá al final unos flamantes 217 137 €. Y te hablo de euros como los de hoy, porque hemos incluido la inflación. Suena interesante.

Aunque no podemos dejar de deciros que os quedan como deberes consultar en qué cosas y en qué condiciones invierten esos fondos su dinero. No es lo mismo que ese fondo en el que inviertes comercie con armas o especule con vivienda, alimentos y otros bienes de primera necesidad, a que conceda microcréditos a personas desfavorecidas o ayude a las pymes locales. Hay una cuota de responsabilidad individual en lo que uno participa.

41
Continente y contenido

Por supuesto que el recipiente y el contenido tienen que ver pero, ¿podemos deducir uno a partir de otro? Por ejemplo, te dejo 20 m de valla en un campo y nos preguntamos qué superficie podemos cercar.

Lo primero busquemos los límites, la máxima y la mínima, lo que llamaríamos técnicamente cota inferior y cota superior.

Por abajo está claro, si soy tan simple de poner la valla en línea recta la superficie encerrada es cero.

Por arriba ya no está tan claro cuál sería el máximo, pero podríamos estar de acuerdo en que no puedo vallar una hectárea o todo el país. Vamos, que en algún sitio habrá un máximo.

Planteémonos dos casos:

a) Un rectángulo de lados cuatro y seis.

Dos lados de cuatro y dos lados de seis nos da un perímetro de 20 m, como debe ser. El área encerrada será 24 m2, aplicando la conocida fórmula:

Superficie = base · altura

b) Un rectángulo de lados dos y ocho.

Suma y verás que el perímetro es el mismo, que lo vallamos con la misma longitud. En este caso el área es 16 m2.

Recuerda que si pensábamos en hacer una línea la superficie era cero, si hacemos un rectángulo estrecho, como el del caso b), la superficie aumenta, si lo hacemos menos estrecho, como en el caso a), la superficie vuelve a aumentar.

¿Cuál es el mejor rectángulo posible? Como te estarás imaginando el «menos estrecho» tanto en alto como en ancho, lo que nos deja un cuadrado. (A este resultado puede llegarse mediante una herramienta matemática llamada derivación que escapa de los contenidos de este libro).

Ya ha quedado claro que con la misma longitud pueden encerrarse áreas diferentes, pero en nuestro razonamiento falta otra pregunta: ¿Es el rectángulo la forma óptima para encerrar una superficie?

Para responder a esta pregunta de manera precisa hay que acudir a otra herramienta matemática que también escapa del alcance de nuestro libro, pero a ver qué os parece este razonamiento.

Hemos visto que los rectángulos al «afilarse» encerraban menos área, se «gastaba» mucha «cuerda» en rodear un área pequeña. ¿Qué os parece si «redondeamos» los picos del cuadrado?

Una forma redondeada como el perfil de un huevo, un óvalo, o una elipse, no presentan «picos» y aprovecharán mejor el contorno, pero ambas superficies están estiradas un poco hacia una dirección. ¿Qué pasa si redondeamos y redondeamos y seguimos redondeando? Nos quedará la conocida figura que «ni pa arriba ni pa abajo, ni pa acá ni pa allá», lo que llamamos una circunferencia.

¿Es la circunferencia la manera de rodear la mayor superficie, suponiendo la longitud de la valla fija? La respuesta es que sí.

Como te decía, la prueba matemática es más compleja, pero la idea creo que queda clara. Para que hagas unos tranquilizadores numeritos, al menos puedes comprobar que el cuadrado es mejor que los dos rectángulos anteriores y que la circunferencia es mejor que el cuadrado.

Recuerda que teníamos 20 m de cuerda. Si hacemos un cuadrado tendrá 5 m de lado. Por lo tanto su superficie será de 25 m2.

Para el caso de la circunferencia tendremos que hacer un par de cuentas:

1. La longitud de la circunferencia sigue esta fórmula:

Longitud = $2 \cdot \pi \cdot$ radio

$20 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot$ radio

(Bastará tomar para π tres cifras significativas).

$$\text{Radio} = \frac{20}{6{,}28}$$

Radio = 3,18 m

2. Ahora calculemos la superficie de un círculo de 3,18 m de radio.

La fórmula para el área de un círculo es:

Superficie = $\pi \cdot$ (radio)2

Superficie = 3,14 (3,18)2

Superficie = 31,8 m2

Como puedes ver, el aumento es considerable… pero aquí no queremos mirones, calculémoslo.

¿En qué porcentaje es mayor 31,8 a 25? Te lo pregunto para que veáis también cómo a veces nos pueden engañar haciendo cuentecitas, con el agravante de que te producen una imagen de precisión.

Podemos usar un sistema común, restamos y la diferencia la dividimos entre el valor y luego multiplicamos por cien para ver su variación en tanto por ciento. La cosa es que si divido por un número o por otro me dará un número distinto.

Por ejemplo si paso de 10 a 20, ¿cuál ha sido el aumento?

Si hago (20 - 10) / 20 me sale 0,5. Lo que representa una diferencia del

50%. Pero si hago (20 - 10) / 10 me sale 1. Que si lo ponemos en tanto por ciento es un 100%.¿Qué es mejor? Pues según lo que quieras contar y la impresión que quieras dar. Si has pasado de 10 a 20 has aumentado un 100%, si has pasado de 20 a 10 has bajado un 50%, si tu pregunta es en cuánto se diferencian esos números. A mí me cuesta decidirme, a no ser que quiera venderte motos, porque podría decirte que vendo un 100% más que tú o, si me caes mejor, que vendes solo un 50% menos que yo.

Volviendo a nuestro caso:

$$\frac{31,8-25}{31,8}=0,21$$

(Si preferís multiplicarlo por cien, un 21%).

$$\frac{31,8-25}{25}=0,27$$

(Si no os gusta el tanto por uno, multiplicad por cien: 27%).

Sea como sea, la variación está entre la cuarta y la quinta parte, lo que no es nada despreciable. ¿Y si lo pensamos en tres dimensiones? ¿Será de la misma forma la esfera la mejor superficie para encerrar un volumen mayor?

De nuevo no os lo puedo probar de manera sencilla, pero el argumento de la «reducción de picos» sigue resultando convincente. Para ilustrarlo un poco más os propongo dos maneras:

1. Comparemos áreas de un cubo y una esfera, asumiendo que os parece natural que cualquier caja con caras rectangulares será «peor» que el cubo.

Cojamos 24 m2 de chapa.

Un cubo tiene seis caras iguales, así que cada cara tendrá una superficie de 24/6 = 4 m2.

Como: Superficie = lado · lado

4 = lado2

Lado = 2 m

Por lo tanto, con la chapa disponible, nos hemos hecho una caja cúbica de 2 m de lado. El volumen de un cubo se calcula multiplicando el largo por el alto y por el ancho. En nuestro caso sería 8 m3.

Veamos ahora qué pasa con la esfera.

Aquí tengo que recordaros dos fórmulas que igual os suenen del cole:

Superficie de la esfera = $4 \cdot \pi \cdot \text{radio}2$

$$\text{Volumen de la esfera} = \frac{4}{3}\left(\pi \cdot \text{radio}^3\right)$$

Procedemos de la misma manera, a partir de la superficie fija, calculamos el radio de la esfera que nos saldría y, a partir del radio, el volumen:

Superficie de la esfera = $4 \cdot \pi \cdot$ radio2

$24 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot$ radio2

Radio2 = 1,91

Radio = 1,38 m

Ese sería el radio. Vamos a la fórmula del volumen:

$$\text{Volumen de la esfera} = \frac{4}{3}\left(\pi \cdot \text{radio}^3\right)$$

$$V = \frac{4}{3}\left(3{,}14 \cdot 1{,}38^3\right)$$

V = 11 m3

Como verás, la diferencia entre 8 y 11 tampoco es pequeña.

2. Recordarás que te iba a proponer algo más para convencerte… y es: escuchar a la Naturaleza.

La Naturaleza parece regirse por leyes matemáticas.

Esto es algo a lo que quizá os hayáis acostumbrado, pero no tendría por qué ser así. Sería un mundo más inquietante. No sé si más divertido, pero mucho menos «predecible» o «investigable».

Bueno, a lo que iba, en los sistemas naturales a veces se producen procesos de optimización como este que nosotros queríamos estudiar, con lo cual la respuesta de la Naturaleza podría darlos la mejor solución del problema o, al menos, una buena, de forma parecida a cuando abordamos el problema del viajante. De hecho volveremos a usar agua con jabón.

El agua jabonosa forma superficies que quedan «tirantes», que buscan hacerse mínimas. Al hacer una pompa soplamos aire dentro de esa superficie. Tenemos un volumen fijo (el aire que hemos metido) y una capa de agua jabonosa que va a adoptar la superficie mínima para encerrar dicho volumen. Y como veis, esa superficie es una esfera.

Efectivamente, el continente y el contenido están relacionados pero no se sigue que del doble de uno se produzca el doble del otro ni que dé igual su forma, aunque haya una innegable relación entre ellos. Para los que vayan a profundizar en la física en el futuro les recomendamos el teorema de Gauss donde, como nos gusta decir, «sabiendo lo que le pasa a la olla, sabemos lo que le pasa a los garbanzos». Pero esta es otra historia.

No me resisto a ponerte un divertido juego de lógica.

Tomamos una cuerda y rodeamos la Tierra. Ahora tomamos una cuerda que tenga esa longitud más un metro y volvemos a rodear la Tierra. Como la cuerda es más larga, todos entendemos que se levantará un poquito del suelo, la pregunta es, ¿cuánto?

Piénsalo un momentín antes de seguir. Te espero.

Supongo que tu primera idea es que se debe levantar algo, claro, pero que será poquísimo. Por eso son tan importantes estas cosas que contamos. Nuestro «sentido común» no es siempre confiable. Hagamos las cuentas.

La vuelta a la Tierra la tomaremos como una circunferencia, así que, la primera cuerda tiene de longitud:

$L = 2 \cdot \pi \cdot \text{RadioTierra}$

En la segunda situación tendremos una longitud un metro mayor, y el radio de esa nueva circunferencia será el de la Tierra más lo que se levante del suelo la cuerda:

$L + 1 = 2 \cdot \pi \cdot (\text{RadioTierra} + \text{Altura})$

Sustituyo L en la segunda ecuación por lo que dice la primera:

$(2 \cdot \pi \cdot \text{RadioTierra}) + 1 = 2 \cdot \pi \cdot (\text{RadioTierra} + \text{Altura})$

Multiplicando en el paréntesis de la derecha:

$(2 \cdot \pi \cdot \text{RadioTierra}) + 1 = (2 \cdot \pi \cdot \text{RadioTierra}) + (2 \cdot \pi \cdot \text{Altura})$

$2 \cdot \pi \cdot \text{RadioTierra}$ se puede restar de ambos lados y queda:

$1 = 2 \cdot \pi \cdot \text{Altura}$

Así que la altura a la que se levanta la cuerda es, contra todo pronóstico:

$$\text{Altura} = \frac{1}{2 \cdot \pi}$$

¡Unos impresionantes 16 cm! Independientemente del radio de la Tierra, saldría el mismo resultado si lo hiciéramos para Júpiter o para el Sol.

¿Pensabais que sería una cantidad muy pequeña? ¿Micros-cópica? Pues ya ves.

Si las cuentas se te han hecho raras, puedes sustituir RadioTierra por 6370 km, aproximadamente, y repetirlas hasta que te lo creas.

Supongo que la sorpresa tiene que ver con que la superficie y el volumen no son proporcionales al radio, como vimos antes, pero date cuenta de que lo que estamos comparando aquí son longitudes de circunferencia y radio, y ellos sí son proporcionales:

$L = 2 \cdot \pi \cdot \text{radio}$

Míralo así:

$L = 6{,}28 \cdot \text{radio}$

Quizá ahora no te parezca raro que si la longitud aumenta en una unidad es porque el radio ha aumentado en 1 / 6,28. Al igual que si el radio hubiera aumentado una unidad, la longitud habría aumentado 6,28 unidades.

42
¿Tiene que ver o no tiene que ver?

El otro día oí decir en una charla: «Tal característica no tiene nada que ver con tal otra» y torcí el gesto privadamente, porque lo que querían decir en realidad, o lo que tendrían que haber querido decir es: «Tal característica no implica necesariamente tal otra».

Para dejarnos de abstracciones podríamos pensar en el caso del tabaco y el cáncer. Os escribiré dos frases, digamos, dos premisas y una conclusión:

Premisa 1: Una persona puede fumar y no tener cáncer de pulmón.

Premisa 2: Una persona puede tener cáncer de pulmón y no haber fumado ni ser fumador pasivo.

Conclusión: por lo tanto, el cáncer de pulmón y el tabaco no tienen que ver el uno con el otro.

¿Qué tal? ¿Estamos de acuerdo en la veracidad de las premisas? ¿Estás de acuerdo con la conclusión? No creo que quede nadie que aún piense que el tabaco y el cáncer de pulmón no están relacionados, pero las premisas son también innegablemente ciertas.

El problema es confundir estas cosas:

–Condición suficiente: suceso que provoca por sí mismo el resultado.

–Condición necesaria: suceso que es imprescindible para que se dé el resultado pero que no basta por sí solo para que se produzca.

–Correlación: relación estadística entre dos variables.

Por ejemplo:

Llover es condición suficiente para que el suelo esté mojado, pero no es necesaria. El suelo puede mojarse por otras situaciones, como que se haya regado.

Respirar es condición necesaria para vivir, pero no es suficiente, si se te para el corazón, palmas.

Fumar no es condición necesaria ni suficiente para tener cáncer de pulmón.

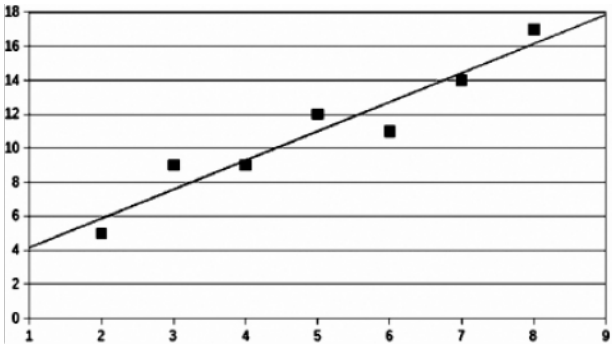
¿No ser condición necesaria ni suficiente significa que estas dos cosas no están relacionadas? Claro que no.

La correlación entre dos variables muestra que hay cierta relación *estadística* entre ellas. Con frecuencia se simboliza con un número entre cero y uno (el coeficiente de correlación r), de forma que 1 significa una relación total y 0 una independencia absoluta.

Debido a fluctuaciones estadísticas, errores de medida, etcétera, el valor 1 es en la práctica inalcanzable aunque estemos hablando de variables físicas que están evidentemente relacionadas mediantes una ley. Eso sí, salen

coeficientes de correlación del estilo de 0,999. En las ciencias sociales la exigencia es mucho menor, las personas no son partículas sin voluntad ni obedecen ciegamente leyes, así que valores bastante más pequeños de r se consideran indicativos de correlación entre esas variables.

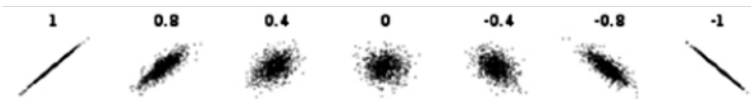
Una representación gráfica de dos variables correladas podría ser así. Por ejemplo, cada punto podría estar dado por el nivel de ingresos y el de estudios.



con r = 0,956

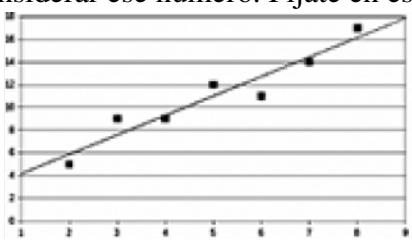
Parece haber una relación entre las variables, cuando *y* crece también lo hace *x*, y viceversa, diríamos que hay correlación y que es positiva, en este caso directamente proporcional (sigue una recta). La línea muestra cómo sería esa recta ideal de la «ley» que siguen esas variables. Para calcularla se estima el «error» que tiene cada punto (lo que se separa de la ley) y se trata de minimizar cierta expresión del error «total».

En esta otra imagen se aprecia cómo se vería la nube de puntos según los distintos valores de la correlación. Nota el signo, cuando la correlación es positiva o negativa, y como r se acerca a uno cuanto más se parece la nube de valores a una recta.

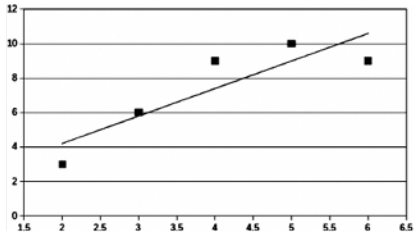


(Fuente: https://en.wikipedia.org/wiki/Correlation_and_dependence#/media/File:Correlation_examples2.svg)

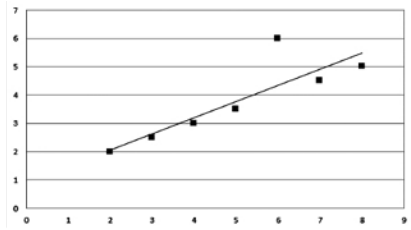
Pero no basta con considerar ese número. Fíjate en estas imágenes:



con r = 0,956



con r = 0,878



con r = 0,858

En las tres el coeficiente de correlación es bastante alto. ¿Hay correlación entre las variables? En el primer caso podríamos decir que sí.

En el segundo también parece haberla, pero no lineal.

En el tercero hay *outliers*. (*Outliers* son puntos que no siguen el patrón habitual… rebeldes).

En ocasiones se trata de errores del instrumento o en el proceso de medida. En otras ocasiones simplemente son elementos del conjunto, de la muestra que se ha tomado pero que no representan adecuadamente a la población.

Imagina que estoy midiendo la altura de la población y selecciono a diez personas. Si se me cuela un jugador de baloncesto, va a salir un número un poco más alto de lo normal. ¿Significa eso que tengo que evitar seleccionar

gente muy alta o baja? No, pero la muestra debe ser representativa. ¿Es que en tu ciudad uno de cada diez habitantes es un jugador de baloncesto? ¿Entonces no puede haber nunca un jugador de baloncesto? Bueno, quizá en una muestra más amplia.

Lo habitual con los *outliers* es descartarlos, se entiende que son estadísticamente despreciables. Quizá se esté enmascarando algún hecho, pero no pasa nada, repítase el experimento y veremos qué pasa. Esa es la base de la ciencia, la reproducibilidad.

Si en la tercera gráfica eliminas el punto que tiene un valor tan alto de *y*, para después volver a calcular r, obtendrás un valor más alto y la recta estimada estará un poco más horizontal como sugieren el resto de puntos.

Los *outliers hacen* que los números digan cosas *que no son*… por eso los eliminamos.

Igual te ha chocado la frase «los números dicen cosas que no son». Me explicaré.

Las matemáticas son una abstracción. No existen en el mundo real. El número 2 no existe. Existen dos manzanas, dos naranjas, dos planetas o dos galaxias, pero el número 2, no.

Usamos las matemáticas porque nos hemos dado cuenta de que podemos sumar manzanas y galaxias usando las mismas reglas y entendemos que, para ese caso, podemos simbolizar a esas realidades como números naturales. Simbolizar, ese es el tema.

Hay una realidad que represento con un modelo matemático. El modelo matemático proporciona conclusiones y resultados. Comparo eso con la realidad para ver si el modelo es aplicable o no, quedándome con lo que funciona y descartando lo que no, en el caso más extremo, el modelo completo.

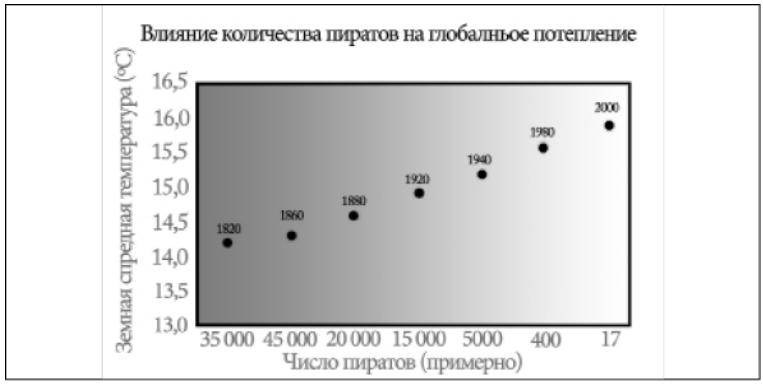
En esas gráficas r, por sí solo, no era suficiente para poder determinar si nuestras variables reales estaban linealmente correladas o no.

En ciencia el contraste del modelo con el experimento, con el mundo real, debe ser continuo. El mundo es lo real, el modelo es una abstracción, nada más.

Quizá conozcas este chiste, criticando irónicamente la postura anticientífica tomada en ocasiones por los propios científicos: «No dejes que un experimento te arruine una bella teoría». Hay que decir que en la historia ha habido científicos que, llevados por «intuiciones», se han aferrado a teorías que parecían ser refutadas por experimentos, sucediendo finalmente que eran los experimentos los que no se estaban realizando correctamente.

Y, llegados a este punto, en el que nos vemos capaces de afrontar una gráfica, ver los valores de r y decidir si hay correlación entre esas variables…

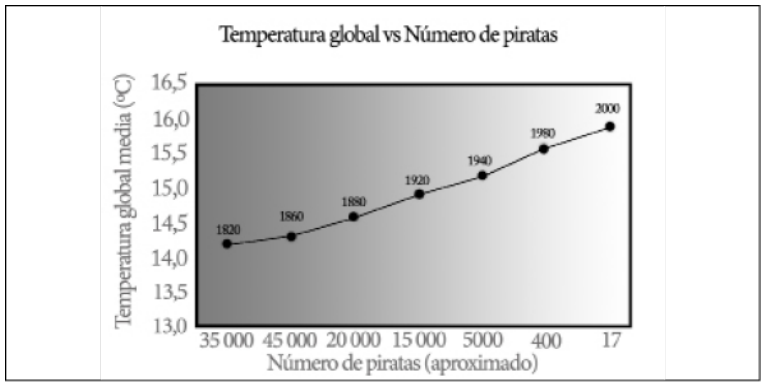
nos topamos con cosas así:



Fuente: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e6/PiratesVsTemp.svg

Disculpa que esté en ruso, sin embargo se puede ver una clara correlación, quizá no lineal, pero una clara relación entre las variables, ¿verdad?

Bueno, vamos a traducirla.



Fuente: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/df/TEMPERATURASvsPIRATAS.png

¿Ahora qué? ¿Estás dispuesto a aceptar que la disminución del número de piratas (de los del parche y la pata de palo) provoca el calentamiento global? ¿Prefieres al revés? ¿El calentamiento global hace que baje el número de piratas? ¡Puf!

Esto es lo que se llama una falacia lógica, una argumentación que parece hecha correctamente, aunque en realidad no es así. Fíjate que no digo que la conclusión sea cierta o falsa, sino que el razonamiento es incorrecto. Esto comúnmente lo llamamos: «Correlación no implica causalidad», pero su nombre técnico en latín es: *Cum hoc ergo propter hoc*. Podría traducirse como

«Junto con ello, luego a consecuencia de ello». Digamos que si A y B aparecen juntos es porque uno es la causa del otro. Pero claro, eso es mucho decir, podrían ser todas estas cosas:

–A causa B.

–B causa A.

–C causa A y B.

–A causa C y C causa B.

–A y B se realimentan.

–Pura, purísima coincidencia.

Ahora que os he convencido de que la correlación no implica causalidad y que puede ser un indicio, pero que necesita de un estudio más detallado, es el momento de recordaros que no tenemos otra cosa que correlación.

Vemos cosas aparecer juntas una y otra vez, de forma similar, incluso siguiendo un patrón matemático. Entonces escribimos una ley, le ponemos nuestro nombre y ahora decimos que las cosas suceden así porque lo dice la ley de Panaderito, pero en realidad solo estamos constatando un patrón de correlación.

En todo caso, es un excelente punto de arranque o una buena pista a seguir y ver hasta dónde nos lleva.

43
El test me ha dado positivo, ¿estoy enfermo?

Imagina una población en la que se da cierta enfermedad y tenemos un test que es capaz de detectarla en cierto grado.

Demos unos números.

Tenemos una ciudad de 100 000 habitantes.

En esa población el 5% tiene la enfermedad. A esto se llama prevalencia.

Pacientes enfermos dan positivo en el test en un 90%. Esta es la sensibilidad del test.

Personas no enfermas dan negativo en el test en un 96%. Esta es la especificidad del test.

Me hago el test y sale positivo.

A primera vista podrías decir, que si la sensibilidad del test es de un 90%, la probabilidad de estar enfermo sería un 90%. Además, fíjate que hay solo un 4% de falsos positivos. Pero junta ahora ese número con la cantidad de gente sana que hay en la ciudad (un 95%) eso significa que habrá un 4% de un montón de gente con un falso positivo. Hagamos una tabla:

Pero esta tabla puede ser confusa, porque los porcentajes de cada columna se refieren al total de sanos o enfermos, que son distintos. Hagamos una tabla más clara, con número de habitantes:

Test positivo			
Test negativo			
TOTALES			

Llenémosla juntos, veamos el total de enfermos y sanos de la población. Eso será el 5 y el 95% de los 100 000:

Test positivo			
Test negativo			
TOTALES		95000	

Ahora apliquemos la sensibilidad del test, cuantos enfermos dan positivo. Era un 90% (calculamos sobre los 5000 enfermos):

Test positivo	4500		
Test negativo	500		
TOTALES	95000		

Miremos la especificidad del test, cómo actúa con los no enfermos. Solo da positivo en el 4%, por lo tanto, calculando sobre los 95 000 sanos:

Test positivo	3800		
Test negativo	91200		
TOTALES	95000		

Veamos cuánta gente da positivo o negativo, independientemente de que esté enferma o sana (sumamos las filas):

Test positivo	8300		
Test negativo	91700		
TOTALES	100000		

Ya estamos en disposición de calcular las probabilidades que quieras, por ejemplo, la que daba título al capítulo: «El test me ha dado positivo, ¿estoy enfermo?».

Usaremos probabilidad condicionada.

Esto se expresa así: probabilidad de estar enfermo condicionada a que el test es positivo. Se escribe así:

P (estar enfermo / test positivo)

Se calcula como siempre, casos favorables entre casos posibles, pero fíjate, como para calcular esto ya estamos dando por supuesto que ha dado positivo, los casos favorables son «enfermos y positivos», y los casos posibles son todos los «positivos».

$$P(\text{enfermo} / \text{positivo}) = \frac{P(\text{enfermo y positivo})}{P(\text{positivo})}$$

Vamos a hacer números con la gente de nuestra ciudad.

Enfermos y positivos tenemos 4500.

Positivos 8300.

Por lo tanto nuestra probabilidad sería:

$$P = \frac{4500}{8300}$$

Y sale, sorprendentemente, un 54% aproximadamente. Aunque haya dado positivo, la probabilidad de que esté realmente enfermo es casi un 50%.

¿Raro, no? Un test con una sensibilidad tan alta, con una especificidad tan alta. ¿Cuál es el problema? Efectivamente, la prevalencia.

La enfermedad es rara en esa población, por lo tanto, aunque en porcentaje el número de falsos positivos es pequeño, en valor absoluto es bastante grande. De esta forma, no nos pongamos muy nerviosos si recibimos un positivo. Veamos que dice un segundo análisis o una prueba más precisa.

¿Y si me da negativo? ¿Puedo quedarme tranquilo? A mí no me preguntes. Haz los números.

Casos favorables entre casos posibles.

¿Cuál es la probabilidad de estar sano condicionada a que el test ha salido negativo?:

$$P = \frac{91200}{91700}$$

$$P = 0,994$$

99,5% de probabilidad de estar sano habiendo dado negativo. Así que podríamos quedarnos bastante tranquilos.

¿Qué pasaría si lo que intentamos detectar (la enfermedad) tuviese mucha incidencia, la prevalencia fuera alta? ¿Cómo sería de preocupante un resultado positivo o de tranquilizador un resultado negativo? Ahí te dejo con los números.

44
¿Cuánto mide ese edificio?

Geometría significa etimológicamente «medida de la tierra», y supongo que así nacieron sus primeros resultados. Con el tiempo, las matemáticas crecieron más allá de la pura realidad física medible y pueden construir mundos enteros en lo abstracto… pero hoy, volvamos a lo concreto.

Ya vimos que una manera sencilla de medir era usar una regla o metro y ponerlo entre los dos extremos de la distancia que queríamos conocer.

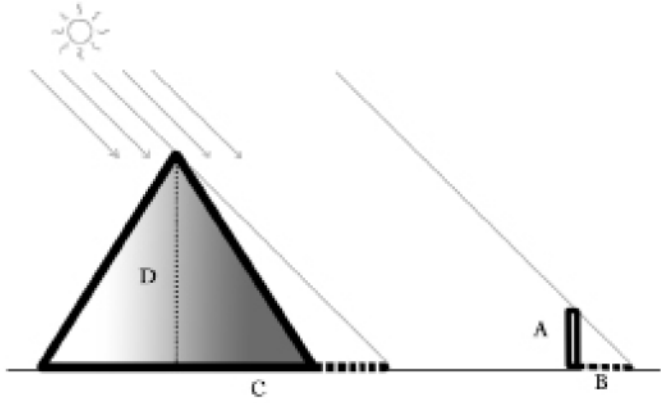
Uno de los problemas es cuando no podemos llegar a esos puntos, un árbol alto, un edificio, un planeta, porque recuerda que una de las maravillas de las matemáticas es que, para ellas, el triángulo que formamos tú, yo y un amigo, no se diferencia del que forman la Tierra, la Luna y el Sol. Siguen las mismas reglas matemáticas.

Y digo un triángulo porque vamos a usarlos. Ya los antiguos griegos andaban muy hábiles con estas cosas, al señor Tales de Mileto le debemos unos teoremas sobre triángulos semejantes (aquellos cuyos ángulos son iguales).

Desde entonces sabemos que si dos triángulos tienen los ángulos iguales, sus lados son proporcionales. Por ejemplo, mirad los triángulos con rayas y liso. Son semejantes:

Significa que si el lado horizontal del triángulo con rayas es un 60% del lado horizontal del triángulo liso, lo mismo se puede decir del resto de los lados. Esto nos permite comparar dos triángulos, uno que conozcamos bien, y otro que no y, de este modo, poder calcular los lados de ese triángulo desconocido o inaccesible.

La tradición dice que el propio Tales calculó la altura de la gran pirámide, la de Keops, usando este asunto. Mira la imagen:



Ahí tenemos dos triángulos. En el pequeño podemos medir tranquilamente la longitud del palito y la de su sombra. En el grande podemos medir la longitud de la sombra y añadir la mitad del lado de la pirámide, pero la altura no. Precisamente será la altura lo que calcularemos.

Primero tendremos que justificar que esos triángulos son semejantes, pero eso no es difícil. En ambos uno de los lados es horizontal y el otro vertical, así que tenemos un ángulo de $90^{\mathbf{0}}$ (la curvatura de la Tierra no influye mucho a estas escalas). Además los rayos del Sol son paralelos (de nuevo despreciando la curvatura de la Tierra).

Si piensas que los rayos del Sol no llegan paralelos, recuerda que nuestra estrella particular está a unos 150 millones de kilómetros y que nuestra Tierra solo mide 12 700 km de diámetro, rayos que no sean en gran medida paralelos, simplemente no nos alcanzan.

En todo caso, si sigues sin verlo claro, compruébalo. Sobre una superficie plana pon unas cuantas varillas de la misma longitud y ponlas al Sol. Sus sombras deberían ser iguales, aunque de distinto tamaño según la hora del día.

Si es por esos rayos solares que parecen venir de detrás de las nubes saliendo con distintos ángulos, piensa que es el mismo efecto de paralelas que se juntan que percibes cuando miras las vías del tren. Son paralelas, solo que la distancia entre ellas, como todos los tamaños, parecen más pequeñas entre objetos que estén lejos.

Dejando claro que los triángulos son semejantes y que conocemos A, B y C, tiramos del amigo Tales de Mileto y comparamos lados:

$$\frac{C}{B}=\frac{D}{A}$$

En lugar de hacerte un ejemplo yo mismo con algo de mi alrededor, te pongo las cuentas que, según la Wikipedia (y la tradición), se hizo el mismísimo Tales:

El palo tenía 1,63 m de longitud (A)

Su sombra, 2 m (B)

El lado de la pirámide 230 m

La sombra de la pirámide, desde su base, 65 m

Por lo tanto el lado C del triángulo mayor será la sombra visible sumada a la mitad del lado:

65 m + 115 m = 180 m

Si ahora aplicamos el teorema (sombra entre sombra igual a altura entre altura):

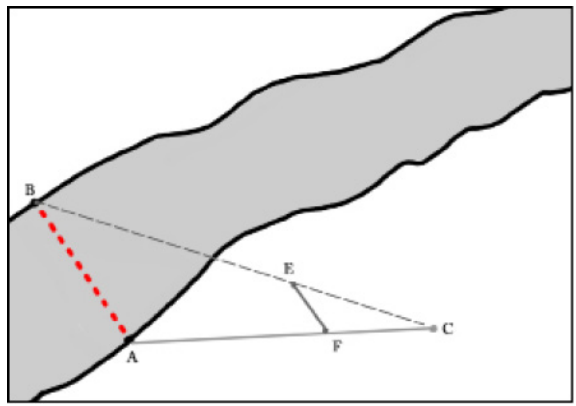
$$\frac{180}{2} = \frac{A}{1,63}$$

$$A = \frac{1,63 \cdot 180}{2}$$

$$A = 146,7 \text{ m}$$

De la misma forma podrías calcular la altura de cualquier cosa por lejos que esté de tu alcance y, fíjate, mucho más larga que cualquier metro que puedas conseguir.

Pero, ¿por qué solo íbamos a poder medir distancias inalcanzables en vertical? ¿Es que las matemáticas tumbadas no funcionan? Mira el siguiente esquema para medir la anchura de un río:



Aquí en lugar de aprovecharnos de los rayos del Sol para que nos dibujen los triángulos, podemos tomar referencias visuales. Así que de nuevo tenemos dos triángulos semejantes ABC y CEF.

Comparamos lados:

$$\frac{AC}{FC} = \frac{AB}{FE}$$

A nuestro alcance está medir tres de ellos, todos menos AB que es lo que queremos calcular. Quizá lo menos sencillo aquí sería mantener el paralelismo entre AB y FE, pero con una brújula podríamos hacerlo.

Ahora queda en tu mano medir cualquier distancia que despierte tu curiosidad: la altura de tu edificio, de aquel árbol que tanto te gusta, la anchura de la carretera, la profundidad de un pozo o si quieres puedes empezar con

cosas que sí que estén a tu alcance para comprobar tu cálculo con un resultado que pudieras medir.

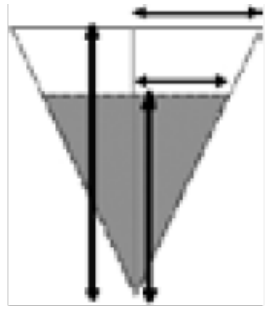
45
Camarero, lléneme la copa

Imagina una copa normal, la que quieras. No es un cilindro, ¿verdad? Es más ancha por arriba que por abajo. Por lo tanto, si la lleno hasta la mitad de la altura, no estará llena a la mitad de su capacidad. ¿De acuerdo?

Ahora la pregunta sería, ¿a qué altura se llena a la mitad? ¿Es una gran diferencia? Bueno os diré que… a medir y calcular.

Vamos a hacer el popular y llamativo caso de la copa de Martini, porque para cada tipo de copa (coñac, champán, etcétera) el resultado es diferente. La consideraremos un cono:

Déjame que te pinte la altura de la copa y que identifiquemos algunas cosas:



¿Ves los dos triángulos? Son semejantes, ¿verdad? Ahí tenemos las dos alturas H, h y los dos radios del cono R, r. Tales nos dice que H/h = R/r, cosa que usaremos en un momento. Recuerda que lo que queríamos saber era en qué porcentaje estaba llena la copa a una altura de llenado dada.

El volumen de muchas figuras sigue el esquema de área de la base por altura. Por ejemplo, en el cubo, en un paralelogramo, en un cilindro, etcétera. Y cuando esas figuras acaban en «punta» como en las pirámides o en los

conos, el volumen es un tercio del área de la base por la altura. En nuestro caso un tercio del área del círculo por la altura:

$$V = \frac{1}{3}\pi \text{ radio}^2 \text{ altura}$$

Para el volumen total de la copa sería:

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

Para el volumen de líquido sería:

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

Como ya hemos visto en otros casos, mejor que ver su resta nos suele gustar más ver su proporción, dividir ambas cantidades. Además en muchas ocasiones nos desaparecen factores y variables que no influyen en el resultado. Vamos a ello:

$$\frac{v}{V} = \frac{\left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right)}{\left(\frac{1}{3}\pi R^2 H\right)}$$

Podemos simplificar tanto 1/3 como π y nos quedan proporciones entre radios y alturas:

$$\frac{v}{V} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \left(\frac{h}{H}\right)$$

Mira un poquito para arriba y fíjate que dijimos que las proporciones entre radios y alturas eran iguales por semejanza de triángulos. Así que r/R = h/H, con lo que podemos simplificar más esa fórmula:

$$\frac{v}{V} = \left(\frac{h}{H}\right)^3$$

Y esa será la proporción entre volúmenes. ¿Demasiadas letras aún? Hagamos un ejemplo concreto, volúmenes a la mitad, lo que estábamos hablando:

$$v = 0,5\ V$$

$$0,5 = \frac{h^3}{H^3}$$

$$h = \sqrt[3]{0,5}\, H$$

Aproximadamente:

h = 0,79 H

Imagina, eso quiere decir que si la copa está llena hasta el 80% de su altura, en realidad solo está llena a la mitad y también podéis ver que no aparece el ángulo del cono por ningún lado, sea más o menos «afilado» el

cono, estará lleno a la mitad cuando lo hagas hasta una altura del 80%.

Así que no olvides pedir a quien te sirva que te llene bien alta la copa.

Yo te hago las cuentas, pero no me lo acabo de creer hasta que no lo veo… Lo mejor es seguir los pasos de este conocido vídeo, pones dos copas llenas hasta el 80% de altura, y luego vacías una dentro de la otra y, como es la mitad, pues cabe justo. Hay que verlo para creerlo:

https://www.youtube.com/watch?v=-esV5exS6R4

Aunque el vídeo era ya muy popular, Tito Eliatron nos hizo estas cuentas y otras más avanzadas (por si queréis ampliar) en el blog de la comunidad de divulgación Naukas a la que también pertenezco:

http://naukas.com/2014/03/24/la-paradoja-de-la-copa-de-martini/

Estas cuentas escapan del alcance de este libro, pero sí que te animo, querido lector, a que «hagas cacharritos» y veas cómo se van llenando los distintos tipos de vasos y copas que tienes en casa.

46
¿Cómo sacar mejor nota en un test?

Un examen es una medida. Pretende sacar a la luz cuál es el conocimiento del estudiante sobre la materia en cuestión. Como todas las medidas, es imperfecta y aproximada. Si además consideramos que estamos hablando sobre personas el asunto es más complejo aún.

Todos los exámenes tienen sus ventajas y sus inconvenientes. En un examen a desarrollar puedes tomarte tu tiempo, pensártelo, reescribir. No te lo preguntarán todo, así que dependiendo de lo que se elija preguntar resultarás favorecido o desfavorecido cuando el profesor considere que sabes lo «no preguntado» tan bien o tan mal como lo preguntado.

En un examen oral tienes que contestar justo cuando te preguntan, no puedes reelaborar, pero a veces en la cara del examinador puedes ver si estás metiendo la pata, o incluso a veces el propio examinador te ayuda algo conduciéndote. También hay gente que intenta llevarte a cometer errores.

En el test también hay ventajas e inconvenientes, pero no parece que los estudiantes sepan aprovecharse convenientemente de las ventajas, aunque sí sufran los inconvenientes. Entremos en materia.

Una pregunta tipo test común tiene un cierto número de opciones de las cuales típicamente solo una es correcta, aunque esta pueda ser «Todas las anteriores» o «Ninguna de las anteriores», siendo el resto falsas o incompletas. Sin duda pueden contestarse al azar y, sin duda, muchos estudiantes lo hacen.

Si suponemos cuatro opciones, ¿cuál es el porcentaje de aciertos que nos marca la estadística? Efectivamente, una pregunta de cada cuatro, un 25%. Por lo tanto, si nos ponen un examen y contesto al azar, o mejor, si me ponen un examen en ruso y lo contesto, voy a obtener un 25% de aciertos, un 2,5 en las típicas puntuaciones de cero a diez.

¿Tiene esto algún sentido? Claro que no, por eso se restan puntos cuando una pregunta es incorrecta, para compensar esos puntos «gratis». ¿Cuánto hay que restar?

Si respondes al azar, de cada cuatro preguntas, en promedio, aciertas una y fallas tres. Así que, con lo que te resten de las tres incorrectas hay que compensar el acierto. Por lo tanto, restaremos un tercio del valor de una pregunta por cada respuesta incorrecta.

$$\underset{\text{ACIERTO}}{+1} \quad \underset{\text{FALLO}}{-\frac{1}{3}} \quad \underset{\text{FALLO}}{-\frac{1}{3}} \quad \underset{\text{FALLO}}{-\frac{1}{3}} = 0$$

Cero. La nota justa para un examen hecho al azar o en ruso. Debido al miedo que da que se resten puntos por equivocarse es frecuente que se dejen sin responder las preguntas en las que uno no está completamente seguro de la respuesta. ¿Es eso favorable al estudiante? Más aún, ¿es eso justo? No y no.

Cuando uno hace un examen de desarrollo es frecuente que obtenga una puntuación parcial en una pregunta en la que no ha puesto todo o ha cometido algún error, pero en la que también se muestra el conocimiento del estudiante, aunque sea parcial. Entendemos que esto está bien y es justo, en la nota final del estudiante deberá ir sumándose ese conocimiento parcial.

¿Qué ocurre si un estudiante, con su conocimiento parcial, es capaz de descartar dos opciones en una pregunta tipo test, pero no puede decidir entre las otras dos? Si no contesta irá perdiendo toda esa puntuación relativa a su conocimiento parcial en la nota final, pero si contesta podría perder puntos. Hay una solución sencilla. Acudamos a las matemáticas.

¿Qué ocurre si respondo a preguntas en las que dudo entre dos opciones? Por supuesto, acertaré el 50%, en promedio.

Miremos una batería de cuatro preguntas en las que dudo solo entre dos de las opciones. Suma mis puntos:

$$\underset{\text{ACIERTO}}{+1} \quad \underset{\text{FALLO}}{-\frac{1}{3}} \quad \underset{\text{ACIERTO}}{+1} \quad \underset{\text{FALLO}}{-\frac{1}{3}} = \frac{4}{3}$$

¡Mayor que cero! He «rascado» puntos. De cada 2 preguntas obtengo 2/3 de pregunta, en promedio. Si prefieres 1/3 de pregunta por cada pregunta contestada. Una puntuación parcial acorde a mi conocimiento parcial. Es bueno para el estudiante y justo desde el punto de vista del profesor.

Pero claro, estamos hablando de promedios, de lo que es estadísticamente favorable… pero ya sabemos que te puede «tocar la china». ¿Cuál es la mejor manera de afrontar esto? Si me apuras, incluso dudar entre tres es estadísticamente favorable, menos, pero favorable.

En mi opinión hay que proceder así:

1. Contesta todas las preguntas en las que estés seguro.
2. Estima tu nota con esas preguntas.
3. Contesta «algunas» preguntas sobre las que dudas entre dos.

«Algunas» para mí son, tantas que, si las fallase todas, no me hicieran bajar

de la nota que me he fijado como objetivo.

Por ejemplo:

Diez preguntas. Seguras seis, del resto dudo entre dos respuestas, pero no quiero suspender (sacar menos de 5). Tengo un punto de margen, que equivale a una pregunta de margen. Como cada tres preguntas mal me quitan una bien, puedo contestar tres preguntas al azar que, incluso teniéndolas mal, no me harían bajar del 5, y dejo una sin contestar.

Mi nota máxima sería: las seis seguras y que acertara las tres al azar. Un 9.

La mínima: fallar las tres preguntas, seis bien, tres mal. Las tres mal me quitan una bien, un 5.

La nota «esperada» (estadísticamente hablando) sería: acertar el 50%, lo que dijimos antes que te daba 1/3 de pregunta por pregunta contestada. En este caso 1/3 de pregunta multiplicado por tres preguntas que nos jugábamos, da un punto. Así que tu nota más probable será un 7.

Tu nota esperada es mayor que antes y es justo que así sea, porque antes no estabas sacando puntos por tu conocimiento parcial. Y esto te lo dice un profe.

Vemos otro ejemplo:

Veinte preguntas. Seguras diecisiete, del resto dudo entre dos respuestas. Con las que tengo seguras saco un 8,5 (cada pregunta vale medio punto). En este caso no quiero bajar de un 7, porque mi objetivo es alto, o porque es un examen para un puesto de trabajo y por debajo del 7 no sacaré plaza… o la razón que sea.

Hay tres preguntas que están sin contestar. Si las tuviese mal las tres perdería una pregunta bien, en este caso, medio punto. Pues, ¡me juego las tres! Esta sería la previsión.

Si las acierto todas saco un 10. Si fallo las tres que me jugué, palmo una pregunta bien, que vale medio punto: un 8. En promedio obtendré 1/3 de pregunta por cada pregunta, en este caso de nuevo una pregunta completa, pero en este caso, solo vale medio punto. Así que mi nota esperada es 8,5 + 0,5. Un 9.

No es difícil hacerse el cálculo para el examen que esté uno haciendo y te permite obtener una nota más alta, que además es perfectamente justa.

47
A mí me funciona

Imagina que te dijera que tengo poderes psíquicos, que puedo ver el futuro, y que, para demostrártelo, te envío siete predicciones correctas sobre la evolución en bolsa de una empresa. Cada día de la semana te llega un mensaje mío que dice si va a subir o bajar y al día siguiente ves que ha subido o bajado. ¿Cuánto estarías dispuesto a pagar por la siguiente predicción?

No hay engaño en los mensajes, te llegan con antelación, se cumple su predicción… no sabes cómo lo hago, pero «a ti te funciona». Te voy a contar, es un conocido timo.

Escribo 128 mensajes a 128 personas distintas, la mitad predicen subida y la mitad bajada de la empresa. Si la empresa baja, cojo las direcciones de los 64 aciertos y les hago de nuevo una predicción, mitad subida, mitad bajada.

Haz cuentas. Después de mi séptima predicción, queda una persona a la que le he hecho una serie de siete predicciones sin fallar ni una sola.

Si me das cierto margen de error y envío también nuevos mensajes a destinatarios en los que solo haya fallado una vez, se incrementa mi número de posibles víctimas.

¿Qué está pasando aquí? Pues que te pierdes el cuadro completo, que estás viendo una pequeña parcela de la realidad y extrapolando información, con un grave riesgo.

Estás haciendo un razonamiento incorrecto, una falacia lógica, que se llama *cherry picking* (cogiendo cerezas), estás tomando de todo el conjunto de valores, solo aquellos que apuntan cierta tendencia, en este caso solo a ti mismo.

Si vieras todo el conjunto, te darías cuenta de que mi nivel de acierto es puro azar. Esta es la razón, sobre todo para asuntos médicos, por la que hacemos estudios estadísticos a gran escala, los repetimos, hacemos estudios de estudios (metaestudios), y así conseguimos ver si realmente hay una verdadera influencia del factor que estemos considerando, o de la medicina que estemos probando.

Espero que este ejemplo te sirva para poner en su lugar eventos anecdóticos como que este muchacho fumó hasta los 80 años y no le dio cáncer, que al otro le sirvió ir a tal curandero, que el de más allá toma homeopatía, etcétera.

48
Medir la velocidad de la luz con un microondas

Es curioso que podamos medir con un aparato tan casero una velocidad tan elevada. Te recuerdo que estamos hablando de aproximadamente 300 000 km/s (299 792 458 m/s con más precisión).

Las microondas son ondas electromagnéticas que viajan, como todas ellas, a la velocidad de la luz. En el horno se introducen las ondas que rebotarán en las paredes e interferirán entre sí.

Cuando dos ondas interfieren, si lo hacen de manera que cuando una «está subiendo» la otra también, se refuerzan, pero si lo hacen de forma que vibran en sentidos opuestos, entonces se cancelan. De esta forma en el interior de la cavidad, por la suma de ondas que viajan en sentidos opuestos, se forma una onda estacionaria.

Los puntos llamados nodos no vibran, los llamados vientres vibran en la mayor amplitud y los intermedios a distinta intensidad. En el interior del horno esto se traduce en puntos calientes, puntos fríos y zonas templadas.

Se dice que si metes hormigas en un microondas, estas se irán a los puntos fríos y no morirán. Aquí, por no ser crueles, no lo intentaremos. Nos lo creemos.

Esta es la razón por la que disponemos de un plato giratorio, para así intentar homogeneizar el calentamiento. A pesar de todo, solemos encontrar zonas a distinta temperatura en los alimentos calentados al microondas.

Para nuestro experimento, retiraremos el dispositivo giratorio y pondremos un plato con una tableta de chocolate. Encendamos el microondas por algunos segundos, con veinte o treinta puede valer, depende del aparato y del chocolate. Apaguemos y saquemos el chocolate, verás que hay ciertos puntos fundidos, ahí tenemos los vientres de las ondas estacionarias, las zonas de mayor vibración.

Midamos la distancia entre esos vientres:

Distancia entre vientres = _____ cm

Ahora necesitamos hablar de ondas un momentito. Nos interesan unas características particulares de las ondas.

Su longitud de onda λ (lambda): es la distancia que hay entre dos puntos que están vibrando de la misma forma, por ejemplo dos crestas o dos valles.

Periodo T: tiempo que tarda una onda es completar un ciclo.

Velocidad de propagación c: es la velocidad a que la viaja la onda.

Verás que estas tres magnitudes están relacionadas.

Una longitud de onda será la distancia que recorre la onda a una velocidad

c durante un tiempo T, con la conocida fórmula espacio = velocidad · tiempo, nos queda: $\lambda = c \cdot T$

En la parte trasera del microondas tenemos la placa de características del aparato, entre otros datos encontraréis la frecuencia, un dato en MHz.

La frecuencia y el periodo en realidad son cantidades inversas. El periodo es el tiempo que se tarda en hacer un ciclo y la frecuencia cuántos ciclos se hacen por segundo. Así que son inversos (si hago tres ciclos por segundo es que tardo un tercio de segundo en hacer un ciclo, ¿verdad?):

$$T = \frac{1}{f}$$

Sustituyendo en la ecuación anterior:

$$\lambda = c \cdot \frac{1}{f}$$

Despejando c que es lo que queremos medir:

$c = \lambda \cdot f$

Como f lo miramos en la placa, solo nos falta saber cuánto vale la longitud de onda λ.

Como la onda estacionaria nace del encuentro de dos ondas viajeras que vienen en sentidos opuestos, se reforzarán tanto cuando las dos suben como cuando las dos bajan, por lo que tendremos dos puntos calientes en cada ciclo. Así que la distancia entre los puntos calientes del chocolate es la mitad de la longitud de onda λ/2.

Resumiendo:

–Leemos la frecuencia en la placa de características del microondas. Y cambiamos de unidades para que quede en Hz (hercios), multiplicando por 1 000 000 (un megahercio = un millón de hercios).

–Medimos la distancia entre los puntos calientes en el chocolate y la multiplicamos por dos para tener la longitud de onda λ (ponla en metros).

–Calculamos $c = \lambda \cdot f$

–Nos saldrá en m/s, aproximadamente 300 000 000 m/s.

49
Falacias y sesgos cognitivos

Hay un problema fundamental que quiero abordar con vosotros. No es un asunto fácil y no todo el mundo responde bien cuando se lo cuentan. Ya que habéis sido tan amables de seguirme en este camino, me voy a atrever a revelároslo.

Pensamos mal. Sí, pensamos mal y llegamos a conclusiones erróneas. Imagina cuando nos lo dicen ¿cómo puede alguien comprender que piensa mal si está pensando mal?

Como tantas cosas, os voy a dejar el trabajo a vosotros, que midáis y comprobéis, que observéis a otros y a vosotros mismos.

En el título salían dos términos: «falacias» y «sesgos cognitivos».

Las falacias lógicas son razonamientos que tienen pinta de ser correctos, pero que en realidad no lo son. Hay multitud, os comentaré algunos de los que más habitualmente usan con nosotros y usamos nosotros más o menos intencionadamente:

–Argumento de autoridad: «Un premio Nobel dice que…».

Se apela a quien dice algo como sustento de su veracidad.

Puede ser un buen indicio, saber quién dice qué, pero no prueba nada.

El escritor Arthur C. Clarke decía en su «primera ley» que «cuando un científico eminente pero anciano afirma que algo es posible, es casi seguro que tiene razón. Cuando afirma que algo es imposible, muy probablemente está equivocado».

Os recuerdo además que en la ciencia hemos abrazado el empirismo, así que será la evidencia experimental la que apoye o invalide una idea.

–Argumento *ad populum*: «No será tan malo si lo usa mucha gente». ¿Tengo que extenderme en refutar esto? ¿El chiste del millón de moscas que come mierda podría valer?

–Falso dilema: te plantean dos opciones como únicas, cuando en realidad hay otras posibilidades. «Recortamos derechos o nos hundiremos». ¿No hay nada más que se pueda recortar?

–Argumento *ad hominem*: es muy común porque suele funcionar muy bien. Se ataca a la persona en lugar de discutir la idea que está exponiendo. Solo tienes que poner la tele y ver cualquier «debate».

–Argumento *ad ignorantiam*: Yo afirmo algo y, en lugar de probarlo, te desafío a que pruebes tú que es falso.

Podría decir que hay gente viviendo en Venus y ahora te toca a ti probar que no… y si no puedes, afirmo que lo mío es cierto. Suele decirse que eso es

invertir la carga de la prueba.

Hay muchísimas más falacias y están muy bien catalogadas y estudiadas. Es un interesantísimo ejercicio su recopilación en medios de comunicación, con fines académicos o personales.

Aquí tienes en un enlace de Wikipedia con una buena lista y muchos ejemplos (hay infinidad de material en la red):

https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Sesgos_cognitivos

En ese mismo enlace tienes ejemplos de sesgos cognitivos. Aquí no se trata de un razonamiento mal construido, sino de un «error de programación de tu coco».

Recuerda que llevamos millones de años buscándonos la vida saltando de un lado para otro, intentando comer y que no nos coman mientras encontramos un rato y alguien bien dispuesto para pasar nuestros genes a la siguiente generación.

Nunca disponemos de información suficiente ni de calidad para tomar decisiones y acabamos haciendo «lo que podemos»: al elegir profesión, amigos, pareja… Recuerda, honestamente, ¿fueron decisiones racionales? ¿No había muchos otros factores allí (emocionales, por ejemplo) y, probablemente, tuvieron mucho mayor peso?

Imagina entonces cómo fueron nuestros primeros momentos como homínidos. ¿Te sucede que cada vez que oyes un ruido saltas asustado, aunque vivas en un entorno de cierta seguridad? ¿En qué entorno crees que evolucionó tu cerebro? Ser así de miedoso era evolutivamente favorable, era mucho mejor tener muchos falsos positivos, que un solo falso negativo… y que te comiese.

Estos atajos del pensamiento fueron útiles, fueron evolutivamente favorables, sirvieron para mantener tus genes en el *pool genético* de tu especie. Quizá ahora sea el momento de sobreponerse, aunque es posible que no

podamos y estén escritos en el propio «cableado» del encéfalo. Quizá, al menos, podamos notarlos y tener cierto control sobre ellos.

Te dejo algunos ejemplos de sesgos cognitivos:

–Efecto halo: si una persona nos resulta agraciada físicamente le atribuimos buenas características personales, como inteligencia y otras virtudes. Se usa en publicidad, en ventas, en cualquier interacción personal… en todo. Mucho cuidado, somos muy sensibles a la belleza.

–Sesgo de confirmación: le atribuimos más valor o mayor veracidad a aquella información que confirma lo que ya pensábamos. Esto nos ancla en ideas incorrectas y prejuicios con mucha frecuencia.

–Sesgo por resultado: evaluamos una decisión por su resultado final. Puede parecer un rasgo de empirismo, pero no nos referimos a eso. Estoy hablando de cuando alguien piensa en una decisión pasada teniendo en cuenta cosas que no pudo saber en aquel momento, o bien, no recuerda que las consecuencias de la decisión eran, entonces, impredecibles.

Se trata de reescribir la historia hacia atrás y con la ventaja del presente. Te lo pueden hacer y te lo puedes hacer tú solo. Hay quien cuenta su biografía como una sucesión de hechos que inevitablemente llevaron a otros y todos a causa de sus decisiones y esfuerzos personales… ¿seguro que fue así? ¿No hubo momentos donde circunstancias ajenas e imprevistas fueron decisivas? ¿No hubo «suerte»? ¿No?

Recuerda, casi siempre decidimos sin información suficiente ni de calidad. Hacemos lo que podemos.

–Tu estado emocional no depende solo de «ti». De lo que crees ser tú: tu «alma», lo que piensas, lo que «eres»… sino que puede estar afectado sencillamente porque tengas hambre, sueño, o porque te duela algo. Son actitudes muy ventajosas no ir a comprar con hambre (compras más de lo necesario y más comida «basura»), no discutir con hambre, no tomar decisiones enfadado, o con sueño… Todas esas cosas hacen que tu «yo» sea diferente. Así que es mejor esperar a tener una mejor «versión» de nosotros para cosas importantes o decisivas.

–Ilusión de control: en todo influyen muchos factores y muchas personas, queridos. Vosotros sois una más de esas causas, no necesariamente la determinante, no necesariamente la más importante. Tenéis información limitada, tenéis capacidades limitadas y el mundo también actúa. No te eximo de responsabilidad, pero tampoco la extiendo hasta el infinito. Eres responsable de tu parte, de lo que haces, nada más… y nada menos.

Aquí tienes un post de mi blog «La ciencia para todos» que escribí para mis estudiantes que se encuentran en una edad particularmente complicada, en la que tienen que tomar decisiones importantes y se sienten muy desvalidos:

https://lacienciaparatodos.wordpress.com/2014/11/18/te-jodes-y-decides/

Durante los capítulos precedentes también hemos ido desmontando algunas falacias y tratando algunos sesgos, pero no hemos hecho más que empezar. Si buscas en la red encontrarás mucho más sobre esto. Su conocimiento te ayudará a comprender mejor a los otros y a ser más libre y más feliz. Quizá no podemos aspirar a más cordura que sabernos locos, pero eso nos da la capacidad de tomar cierto control y reducir los daños sobre nosotros y los demás.

Epílogo

El Universo es extremadamente complejo. Intentamos comprenderlo sin la seguridad de que, en realidad, sea comprensible o que esto pueda hacerse mediante modelos matemáticos, pero seguimos adelante. Gran parte del éxito de esta tarea se basa precisamente en la simplificación de los modelos, en la aproximación, en poder hacer cálculos sencillos, pero útiles para la aplicación que estemos considerando. Así hemos construido el mundo tecnificado que contemplas: las comunicaciones, la medicina científica y todo lo demás.

Ahora formas parte de todo esto, ahora eres capaz de acercarte a un problema y *aproximar* el resultado. Estas en condiciones de pensar científicamente y de poder operar también científicamente. De encontrar tus propias respuestas y comprobar la veracidad de las que te den otros.

Con esto no respondemos a todas tus preguntas sobre el Universo, sobre si algo de esto tiene algún propósito o cuál es la respuesta a la gran pregunta que constituye la existencia del propio Universo en sí.

La Ciencia no responde a «por qué», responde a «cómo» actúa el mundo y además se ocupa solamente de los hechos científicos, aquellos reproducibles e independientes del observador.

Desde una concepción puramente empírica también se te podría contestar que no tiene por qué haber un propósito para tu vida o la del Universo y que la búsqueda de este propósito constituye un sesgo cognitivo más. Si, aun así, esas preguntas te siguen inquietando, puedo contestarte, ya como Javier, no en nombre de la ciencia.

Hasta donde alcanzo a ver (o hasta donde mis propios sesgos cognitivos me llevan) mi respuesta personal a la pregunta que el Mundo me hace, a la pregunta que la existencia del propio Mundo nos hace a la cara, es: el Amor.

Amor en todas sus formas, por la gente (incluido uno mismo), por el mundo y por lo que haces en él. Cuanto más me acerco a ese ideal más feliz me encuentro y viceversa. No te puedo decir mucho más, pero podría ser suficiente para evitar ciertas formas de dolor y sufrimiento. Con cariño, te lo dejo.

Científicamente sí te puedo decir que, gracias al desarrollo de la agricultura y ganadería, la medicina moderna y la ciencia en su conjunto, tienes el doble de esperanza de vida que hace unos años para meditar sobre ello.

Entre unas cosas y otras, hemos hablado de...

Nuestro objetivo en este libro es acercar el pensamiento y la práctica científica al ciudadano de a pie. Usando elementos cotidianos en experimentos

que son a la vez divertidos y útiles, hemos ido tratando todos estos aspectos clave en la ciencia:

Ahorro energético
Amimefuncionismo
Amortización
Análisis de gráficas
Anumerismo
Aproximación
Argumento de autoridad
Aspecto social de la ciencia
Azar y probabilidad
Calibración
Cherry picking
Cifras significativas
Coeficiente de correlación
Coeficiente de seguridad
Condición necesaria
Condición suficiente
Conjuntos de medidas
Conservación de la energía
Consumo responsable
Contabilidad compartimentada
Correlación
Criptografía
Desviación media
Disoluciones
Efecto placebo
Empirismo
Ensayos a doble ciego
Ensayos de materiales
Error absoluto
Error cuadrático medio
Error de cero
Error relativo
Error sistemático
Errores en medidas
Especificidad de un test
Estimación
Estudio de mercado

Etiquetado de productos
Falacias
Geometría
Hecho científico
Homeopatía
Inflación
Instrumentos de medida y rango
Interés fijo y compuesto
Interpolación
Inversión
Leyes de los gases
Media
Medida
Medidas indirectas
Métodos de Montecarlo
Modelos matemáticos y realidad
Mol
Muestra sesgada
Muestreo
Normalización
Número de Avogadro
Objetos reales y su modelado
Ondas electromagnéticas
Ondas sonoras
Orden de magnitud
Organización del trabajo
Outlier
Patrones
Percepción
Porcentajes
Potencia y energía
Precios y salarios
Prevalencia
Probabilidad
Probabilidad condicionada
Problemas de optimización
Problemas P y NP
Propagación de errores
Proporciones
Pseudomedicinas

Psicología
Publicidad engañosa
Puntas y valles de consumo
Representación gráfica
Selección natural
Sensibilidad de un test
Sensores
Sentido del Mundo
Sentidos
Sesgos cognitivos
Simultaneidad en consumo
Sistemas termodinámicos
Tarado
Teorema del límite central
Teoría atómica
Tratamiento estadístico de datos
Trigonometría
Trucos para exámenes
Unidades
Verdad científica